

133. 磁場中の導体棒の単振動

(5)

振動中心（つり合いの位置）からの変位を X とすると、

単振動の運動方程式は、 $Ma = -KX$ と表せるから、 $a = -\frac{K}{M}X$

これと $a = -\frac{B^2 l^2}{(M + CB^2 l^2)L} \left(x - \frac{MgL}{B^2 l^2} \right)$ より、 $\frac{K}{M} = \frac{B^2 l^2}{(M + CB^2 l^2)L}$ 、 $X = x - \frac{MgL}{B^2 l^2}$

よって、 $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} = \frac{Bl}{\sqrt{(M + CB^2 l^2)L}}$

また、振動中心は $X = 0$ だから、 $X = x_0 - \frac{MgL}{B^2 l^2} = 0 \quad \therefore x_0 = \frac{MgL}{B^2 l^2}$

(6)

$I = \frac{Bl}{L}x$ より、 x の最小値と最大値がわかればよい。

$x = 0$ における導体棒の速さは 0、すなわち運動エネルギーが 0 だから、 $x = 0$ は振動上端。

これと振動中心 $x = x_0 (> 0)$ より、この単振動の振幅は x_0 。

よって、振動下端は $x = 2x_0$

以上より、 $0 \leq x \leq 2x_0 = \frac{2MgL}{B^2 l^2}$

これと $I = \frac{Bl}{L}x$ より、 $0 \leq I \leq \frac{Bl}{L} \cdot 2x_0 = \frac{Bl}{L} \cdot \frac{2MgL}{B^2 l^2} = \frac{2Mg}{Bl}$

よって、 I のとる最小値と最大値は、それぞれ 0、 $\frac{2Mg}{Bl}$