2. 等加速度直線運動と相対速度

(3)

進行方向を正とする。

B から見た A の相対加速度 a_r は，A の加速度－B の加速度より，

$a_r = -6\text{m/s}^2 - 0\text{m/s}^2 = -6\text{m/s}^2$

B が A に追突するまでの B から見た A の変位 Δs は B の進行方向と逆向きに 27m だから，

-27m

$\Delta s = \dfrac{1}{2}a_r t^2$ より，

$-27 = \dfrac{1}{2} \times -6 \times t^2$

$\therefore t = 3$

(4)

A がブレーキをかけてから B がブレーキをかけるまでの 1 秒間について，

B から見た A の相対加速度は，(3)の解説より $a_r = -6\text{m/s}^2$ である。

したがって，B から見た A の相対変位は $\dfrac{1}{2}a_r t^2 = \dfrac{1}{2} \times -6 \times 1^2 = -3$ m

よって，B がブレーキをかけたとき車間距離は $27 + (-3) = 24$ m になる。

また，このとき B から見た A の相対速度，

すなわち A の B に対する相対速度は $a_r t = -6 \times 1 = -6$ m/s となる。

つまり，A は B に向かって大きさ 6m/s の相対速度で運動している。

(5)

B がブレーキをかけてからは相対加速度が 0 になるから，

A の B に対する相対速度は -6 m/s の等速度である。

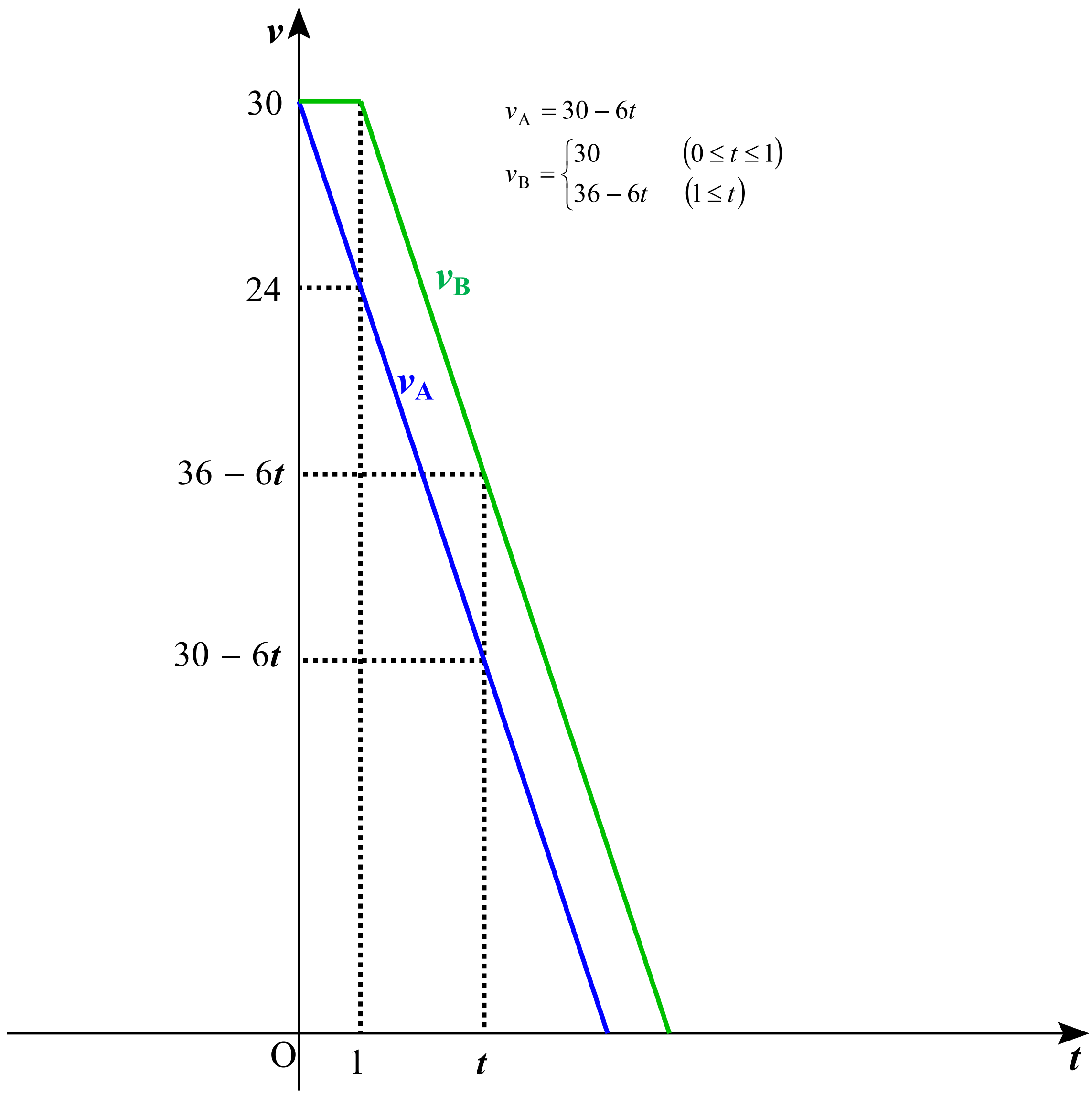
B がブレーキをかけたときの車間距離は 24m だったから，

B はブレーキをかけてから 4 秒後に A に追突する。

(4)(5)別解

v-t グラフを描いて解く

A がブレーキをかけた時刻を $t=0$ とすると，A と B の $v-t$ グラフは下図のようになる。



(4)

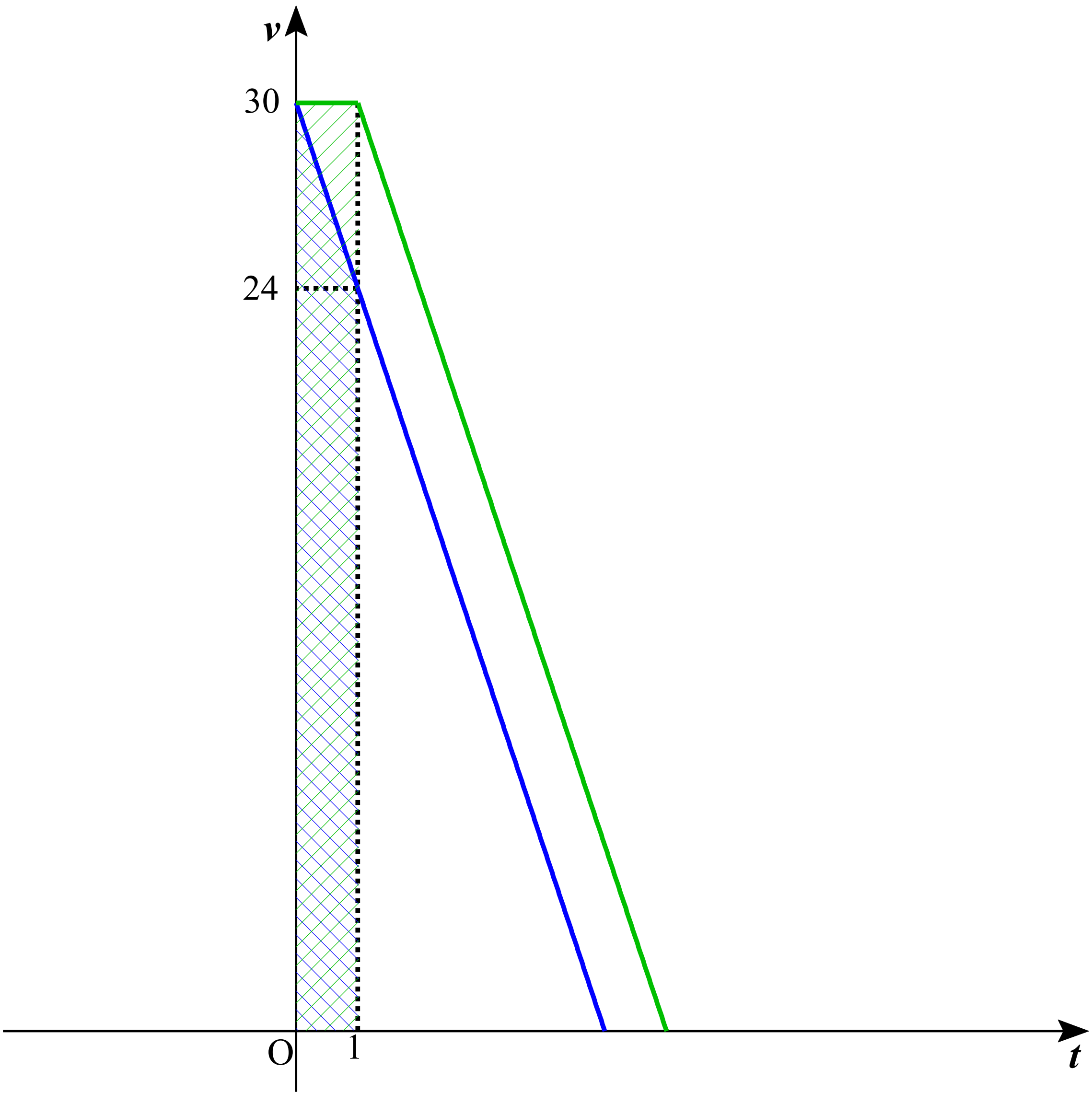
A がブレーキをかけてから 1 秒後の車間距離

A が進んだ距離＝$\dfrac{30+24}{2}\cdot 1 = 27$

B が進んだ距離＝$30\cdot 1 = 30$

よって，車間距離が 3m 縮んだことになるから， $27-3=24$ m になる。

また，このときの自動車 A の自動車 B に対する相対速度は $24-30=-6$ m/s



(5)

A がブレーキをかけてから t 秒間に

A が進んだ距離＝$\dfrac{30+(30-6t)}{2}\cdot t=-3t^2+30t\ [\mathrm{m}]$

B が進んだ距離＝$30\cdot 1+\dfrac{30+(36-6t)}{2}\cdot(t-1)=-3t^2+36t-3\ [\mathrm{m}]$

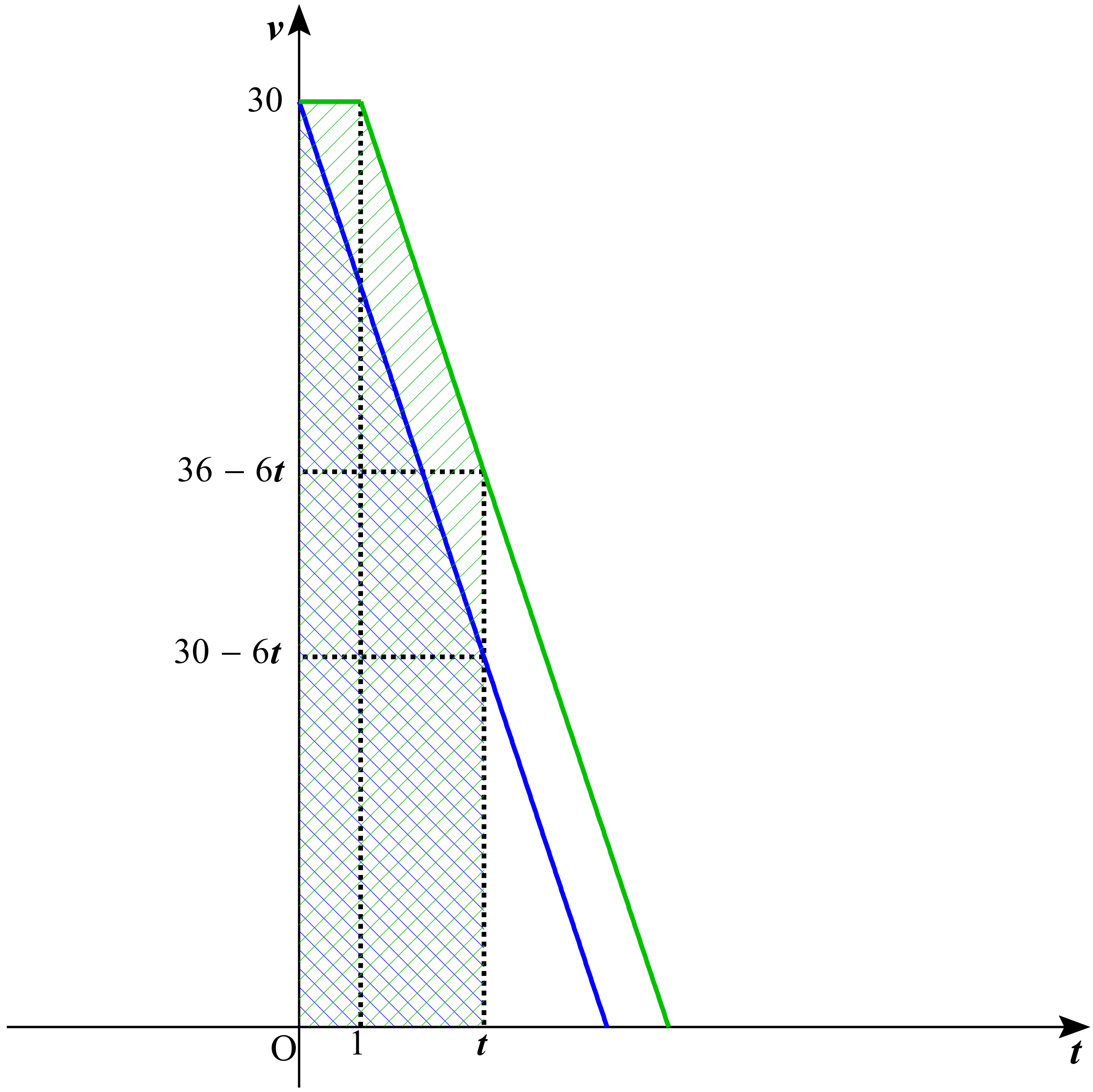
より，

B から見た A の進んだ距離＝$-3t^2+30t-(-3t^2+36t-3)=-6t+3\ [\mathrm{m}]$　・・・①

A がブレーキをかけたときの車間距離＝$27\,[\mathrm{m}]$　・・・②

①より，AB 間の距離は毎秒 6m ずつ縮まっていき，

①と②より，$-6t+3=27$ すなわち A がブレーキをかけてから 5 秒後に B が A に追突する。



物体間の運動関係の扱い方

たとえば台車とその上の物体との運動関係のように，

物体間の相対運動が問題になるときは，

相対変位・相対速度・相対加速度を使って解くと楽。

相対変位

大地に対する A の変位を $\vec{s}_{\mathrm{OA}}$，B の変位を $\vec{s}_{\mathrm{OB}}$ とすると、

A から見た B の相対変位 $\vec{s}_{\mathrm{AB}} = \vec{s}_{\mathrm{OB}} - \vec{s}_{\mathrm{OA}}$

相対速度

大地に対する A の速度を $\vec{v}_{\mathrm{OA}}$，B の速度を $\vec{v}_{\mathrm{OB}}$ とすると，

A から見た B の相対速度 $\vec{v}_{\mathrm{AB}} = \vec{v}_{\mathrm{OB}} - \vec{v}_{\mathrm{OA}}$

相対加速度

大地に対する A の加速度を $\vec{a}_{\mathrm{OA}}$，B の加速度を $\vec{a}_{\mathrm{OB}}$ とすると、

A から見た B の相対加速度 $\vec{a}_{\mathrm{AB}} = \vec{a}_{\mathrm{OB}} - \vec{a}_{\mathrm{OA}}$

つまり，「A から見た B」や「A に対する B」とは $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ のことである。

ベクトルの成分表示

ベクトルを成分表示すれば，各成分について和・差の計算することで，

相対ベクトルを成分表示することができる。

とくに，A と B が同一直線上を運動しているのであれば，直線上に正負の向きをとり，

それぞれのベクトルの大きさに運動の向きの正負の符号をつけるだけですむ。

A と B が同一直線上を運動していない場合の成分表示

ベクトルを x 成分と y 成分に分解し，それぞれについて成分表示する。

たとえば，速度ベクトル $\vec{v}_{\mathrm{OA}}$ の x, y 成分を $\begin{pmatrix} v_{\mathrm{A}x} \\ v_{\mathrm{A}y} \end{pmatrix}$、$\vec{v}_{\mathrm{OB}}$ の x, y 成分を $\begin{pmatrix} v_{\mathrm{B}x} \\ v_{\mathrm{B}y} \end{pmatrix}$ とし，

A から見た B の相対速度ベクトル $\vec{v}_{\mathrm{AB}}$ を成分表示すると，

$\vec{v}_{\mathrm{AB}} = \vec{v}_{\mathrm{OB}} - \vec{v}_{\mathrm{OA}} = \begin{pmatrix} v_{\mathrm{B}x} \\ v_{\mathrm{B}y} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v_{\mathrm{A}x} \\ v_{\mathrm{A}y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{\mathrm{B}x} - v_{\mathrm{A}x} \\ v_{\mathrm{B}y} - v_{\mathrm{A}y} \end{pmatrix}$ となる。

またその大きさは

$$\left|\vec{v}_{\mathrm{AB}}\right| = \sqrt{\left(v_{\mathrm{B}x} - v_{\mathrm{A}x}\right)^2 + \left(v_{\mathrm{B}y} - v_{\mathrm{A}y}\right)^2}$$

座標平面上に表して考えるとわかりやすい。

相対加速度・相対初速度・相対速度・相対変位の関係

速度と変位の公式が使える。

同一直線上あるいは同一成分軸上において,

相対加速度を a_r，相対初速度を v_{r0}，相対速度を v_r，相対変位を Δx_r とすると、

$$\boldsymbol{v}_r = \boldsymbol{v}_{r0} + \boldsymbol{a}_r \boldsymbol{t}$$

$$\Delta \boldsymbol{x}_r = \boldsymbol{v}_{r0}\boldsymbol{t} + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}_r \boldsymbol{t}^2$$

$$\boldsymbol{v}_r{}^2 - \boldsymbol{v}_{r0}{}^2 = 2\boldsymbol{a}_r \Delta \boldsymbol{x}_r$$

が成り立つ。

慣性力による加速度と相対加速度

列車が加速度 a で運動しているとする。このとき，車内の観測者が車内の物体（質量 m）の運動を説明するために $-ma$ の力を導入する。しかし，この力は作用・反作用の関係の力でも場の力（保存力）でもない幻の力で，これを慣性力という。

慣性力は，次のような状況を考えれば，クリアに理解できると思う。

加速度 a で運動している列車があり，その床と床の上の物体の間に摩擦力がないとする。

列車は外力を受け大地に対し加速度 a で運動しているが,

床上の物体は列車からも床からも外力を受けないので大地に対する加速度は 0 である。

したがって，列車とともに移動中の観測者が見た物体の加速度は，$0 - a = -a$ となる。

しかし，運動方程式を立てるにあたって，物体にはたらく外力が見当たらない。

そこで，幻の外力 F を導入し，$F = m \cdot (-a)$ より，$F = -ma$ とするのである。

この幻の外力 F を慣性力という。