

10. フックの法則とつりあい

ばね定数が k のばねの自然長からの変位が X のときばねの弾性力 $F = -kX$

(1)

おもりにはたらく水平方向の力のつりあい

ばね定数 k_1 のばねの伸びを b とすると、

$$a + b = L - 2l_0 \quad \dots \textcircled{1}$$

おもりにはたらく水平方向の力のつりあいより、

$$k_1 b = k_2 a \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より、

$$a + \frac{k_2}{k_1} a = L - 2l_0$$

$$\therefore a = \frac{k_1}{k_1 + k_2} (L - 2l_0) \quad \dots \text{(答)}$$

つりあいの位置からばねの方向にそって x 動かしたときばねの自然長からの変位を X とすると、ばねは自然長に戻ろうとするから、ばねの弾性力 F の向きは変位の向きと逆向き。

(つまり、ばねが伸びれば縮む向き、縮めば伸びる向きと変位と弾性力は逆向き)

よって、 $F = -kX$ と与えられる。つりあいの位置から x 動かすと、ばね定数 k_1 のばねの弾性力の変化は $-k_1 x$ ばね定数 k_2 のばねの弾性力の変化は $-k_2 x$ よって、全体の弾性力の変化を Δf とすると、

$$\Delta f = -k_1 x + (-k_2 x) = -(k_1 + k_2) \cdot x$$

おもりはばねから弾性力を受けるから、

つりあいの位置から x 動かしたとき、おもりがばねから受ける力 F は、

$$F = 0 + \Delta f = -(k_1 + k_2)x$$

別解

ばねの方向にそって右向きを正とすると、

ばね定数 k_1 のばねの自然長からの変位は $b + x$ ばね定数 k_2 のばねの自然長からの変位は $-a + x$

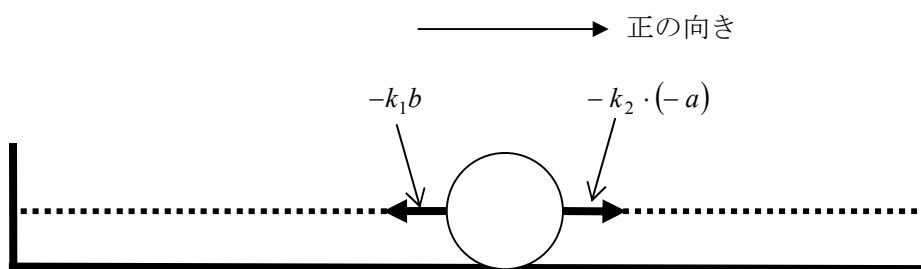
よって、

$$F = -k_1(b + x) + \{-k_2(-a + x)\} = -k_1 b + k_2 a - (k_1 + k_2)x$$

ここで、 $k_1 b = k_2 a$ より、 $-k_1 b + k_2 a = 0$

$$\therefore F = -(k_1 + k_2) \cdot x$$

下図は、おもりがつりあいの位置にあるとき



$$\text{おもりがばねから受ける力} = -k_1 b + \{-k_2 \cdot (-a)\} = 0$$

↓
ばねの方向にそって x だけ動かす。

$$\begin{aligned} \text{おもりがばねから受ける力 } F &= -k_1(b+x) + \{-k_2 \cdot (-a+x)\} \\ &= -k_1 b + k_2 a - (k_1 + k_2) \cdot x \\ &= -(k_1 + k_2) \cdot x \end{aligned}$$

(2)

おもりは A から斜面に沿って下向きに x_0 変化して静止する。

このとき、おもりにはたらく重力の斜面に沿った成分と弾性力が釣り合う。

よって、 $mg \sin \theta = (k_1 + k_2)x_0$

ゆえに、 $x_0 = \frac{mg \sin \theta}{k_1 + k_2}$