27. 斜面上の物体の運動と水平面台上の台の運動

〔C〕

(1)

台 A，小物体 B と C，壁 D からなる物体系にはたらく水平方向の外力が 0 であることとはじめ重心は静止していたことから，重心は水平方向に移動しない。

これと小物体 B が残りの物体（台 A，小物体 C，壁 D）に対し右方向に移動することから，残りの物体は左方向に移動する。

台 A に対して静止した観測者から見た小物体 B の斜面に沿った方向の運動方程式

台 A に対して静止した観測者から見た小物体 B の加速度の大きさは台 C のそれと等しいから小物体 B は斜面上向きに大きさ a_C の加速度で運動する。

小物体 B が受ける慣性力の斜面に沿った成分

台 A は水平左向きに大きさ a_A の加速度をもつから，台 B は水平右向きにその慣性力 ma_A を受ける。したがって，台 B が受ける慣性力の斜面に沿った成分は上方向に $ma_A \cos\theta$

小物体 B が受ける重力の斜面に沿った成分

下方向に $mg\sin\theta$

小物体 B が糸から受ける張力

T とすると，その向きは斜面に沿って上方向である。

以上をもとに台 A に対して静止した観測者から見た小物体 B の運動方程式は

$ma_C = ma_A\cos\theta + T - mg\sin\theta$ ・・・①

台 B が斜面から受ける垂直抗力

小物体が斜面から受ける垂直抗力の大きさを N とする。

垂直抗力は慣性力ではないから，観測者の立場に依らない。

したがって，台 A に対して静止した観測者の立場で求めればよい。

N は小物体が受ける重力の斜面に垂直な成分と慣性力の斜面に垂直な成分の和とつり合いの関係にあるから， $N = mg\cos\theta + ma_A\sin\theta$ ・・・②

水平面上の静止観測者が見た台 A，小物体 C，壁 D の運動方程式

台 A，小物体 C，壁 D が水平方向に及ぼし合う力は垂直抗力で，この力は作用反作用の関係にあるから，台 A，小物体 C，壁 D を一体と見なすと，これらは内力となり，外力としてカウントされなくなる。

そこで，これらを一体と見なし，運動方程式を立てると，

小物体 B から受ける垂直抗力の水平成分は右向きに大きさ $N\sin\theta$。

滑車を通して糸から受ける張力の水平成分は左向きに大きさ $T\cos\theta$

よって，運動方程式は $(M+m)a_A = T\cos\theta - N\sin\theta$

これと②より， $(M+m)a_A = T\cos\theta - mg\sin\theta\cos\theta - ma_A\sin^2\theta$ ・・・③

$\dfrac{a_{\mathrm{C}}}{a_{\mathrm{A}}}$ を求める

③－①× $\cos\theta$ より， $(M+m)a_{\mathrm{A}} - ma_{\mathrm{C}}\cos\theta = -ma_{\mathrm{A}}$ $\therefore (M+2m)a_{\mathrm{A}} = ma_{\mathrm{C}}\cos\theta$

よって， $\dfrac{a_{\mathrm{C}}}{a_{\mathrm{A}}} = \dfrac{M+2m}{m\cos\theta}$

(2)

小物体 C の運動方程式は $ma_{\mathrm{C}} = mg - T$ だから， $T = mg - ma_{\mathrm{C}}$

これを①に代入し整理すると， $2ma_{\mathrm{C}} = ma_{\mathrm{A}}\cos\theta + mg(1-\sin\theta)$

$2a_{\mathrm{C}} = a_{\mathrm{A}}\cos\theta + (1-\sin\theta)g$ ・・・④

$\dfrac{a_{\mathrm{C}}}{a_{\mathrm{A}}} = \dfrac{M+2m}{m\cos\theta}$ より， $m\cos\theta\cdot a_{\mathrm{C}} = (M+2m)a_{\mathrm{A}}$ ・・・⑤

④× $(M+2m)$ －⑤× $\cos\theta$ より， $\{2M + (4-\cos^2\theta)m\}a_{\mathrm{C}} = (1-\sin\theta)(M+2m)g$

$\therefore a_{\mathrm{C}} = \dfrac{(1-\sin\theta)(M+2m)g}{2M+(4-\cos^2\theta)m}$