

42. くりかえし衝突

(1)

(b)

$$\frac{v_1 - V_1}{v_0} = -1, \quad v_0 > 0 \text{ より, 相対速度の大きさ } |v_1 - V_1| = v_0$$

これと小球Aの台車に対する移動距離, すなわち相対変位の大きさが L であることから,

$$v_0 T = L \quad \therefore T = \frac{L}{v_0} \quad \dots \text{(答)}$$

$$\frac{v_1 - V_1}{v_0} = -1, \quad \frac{v_2 - V_2}{v_1 - V_1} = -1 \text{ より, } \frac{v_1 - V_1}{v_0} \cdot \frac{v_2 - V_2}{v_1 - V_1} = (-1)^2 \quad \therefore v_2 - V_2 = v_0 \quad \dots \text{①}$$

はじめの運動量が保存されるから, $mv_0 = mv_2 + MV_2 \quad \dots \text{②}$

$$\text{①, ②より, } v_2 = v_0, \quad V_2 = 0$$

(c)

質量が等しい2物体の弾性衝突では, 衝突の度に互いの速度を交換しあうことの証明

$$mv_0 + mV_0 = mv_1 + mV_1 \quad \therefore v_0 + V_0 = v_1 + V_1 \quad \dots \text{③}$$

$$\frac{v_1 - V_1}{v_0 - V_0} = -1 \quad \therefore v_1 - V_1 = -v_0 + V_0 \quad \dots \text{④}$$

$$\text{③, ④より, } v_1 = V_0, \quad V_1 = v_0$$

(d)

$$\frac{v_1 - V_1}{v_0} \cdot \frac{v_2 - V_2}{v_1 - V_1} \dots \frac{v_n - V_n}{v_{n-1} - V_{n-1}} = (-1)^n \quad \therefore v_n - V_n = (-1)^n v_0 \quad \dots \text{⑤}$$

$$\text{また, } mv_0 = mv_n + 2mV_n \quad \therefore v_n + 2V_n = v_0 \quad \dots \text{⑥}$$

$$\text{⑤, ⑥より, } V_n = \frac{1 - (-1)^n}{3} v_0$$

よって, 台車の速度は, 衝突の度に, $\frac{2}{3}v_0, 0, \frac{2}{3}v_0, 0, \dots$ となる。

また, 相対速度の大きさは⑤より, $|v_n - V_n| = v_0$ であり,

衝突1回あたりの相対変位の大きさが L だから, 衝突1回にかかる時間は $\frac{L}{v_0}$ である。

$$\frac{L}{v_0} = T \text{ において } t-x \text{ グラフを描くと } 3L \text{ となるのは, } \frac{17}{2}T$$

$$\text{よって, } \frac{17L}{2v_0} \quad \dots \text{(答)}$$

