

物体間の運動関係の扱い方

たとえば台車とその上の物体との運動関係のように、
物体間の相対運動が問題になるときは、
相対変位・相対速度・相対加速度を使って解くと楽。

相対変位

大地に対する A の変位を \vec{s}_{OA} 、B の変位を \vec{s}_{OB} とすると、
A から見た B の相対変位 $\vec{s}_{AB} = \vec{s}_{OB} - \vec{s}_{OA}$

相対速度

大地に対する A の速度を \vec{v}_{OA} 、B の速度を \vec{v}_{OB} とすると、
A から見た B の相対速度 $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{OB} - \vec{v}_{OA}$

相対加速度

大地に対する A の加速度を \vec{a}_{OA} 、B の加速度を \vec{a}_{OB} とすると、
A から見た B の相対加速度 $\vec{a}_{AB} = \vec{a}_{OB} - \vec{a}_{OA}$

つまり、「A から見た B」や「A に対する B」とは \vec{AB} のことである。

ベクトルの成分表示

ベクトルを成分表示すれば、各成分について和・差の計算することで、
相対ベクトルを成分表示することができる。

とくに、A と B が同一直線上を運動しているのであれば、直線上に正負の向きをとり、
それぞれのベクトルの大きさに運動の向きの正負の符号をつけるだけですむ。

A と B が同一直線上を運動していない場合の成分表示

ベクトルを x 成分と y 成分に分解し、それぞれについて成分表示する。

たとえば、速度ベクトル \vec{v}_{OA} の x, y 成分を $\begin{pmatrix} v_{Ax} \\ v_{Ay} \end{pmatrix}$ 、 \vec{v}_{OB} の x, y 成分を $\begin{pmatrix} v_{Bx} \\ v_{By} \end{pmatrix}$ とし、

A から見た B の相対速度ベクトル \vec{v}_{AB} を成分表示すると、

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{OB} - \vec{v}_{OA} = \begin{pmatrix} v_{Bx} \\ v_{By} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v_{Ax} \\ v_{Ay} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{Bx} - v_{Ax} \\ v_{By} - v_{Ay} \end{pmatrix} \text{ となる。}$$

またその大きさは

$$|\vec{v}_{AB}| = \sqrt{(v_{Bx} - v_{Ax})^2 + (v_{By} - v_{Ay})^2}$$

座標平面上で図示して考えるとわかりやすい。

相対加速度・相対初速度・相対速度・相対変位の関係

速度と変位の公式が使える。

同一直線上あるいは同一成分軸上において、

相対加速度を a_r 、相対初速度を v_{r0} 、相対速度を v_r 、相対変位を Δx_r とすると、

$$v_r = v_{r0} + a_r t$$

$$\Delta x_r = v_{r0} t + \frac{1}{2} a_r t^2$$

$$v_r^2 - v_{r0}^2 = 2a_r \Delta x_r$$

が成り立つ。

慣性力による加速度と相対加速度

列車が加速度 a で運動しているとする。このとき、車内の観測者が車内の物体（質量 m ）の運動を説明するために $-ma$ の力を導入する。しかし、この力は作用・反作用の関係の力でも場の力（保存力）でもない幻の力で、これを慣性力という。

この慣性力に基づく加速度 $-a$ は次のように解釈できる。

列車は外力を受け大地に対し加速度 a で運動しているが、

車内の物体はその外力を受けないので大地に対する加速度は 0 である。

したがって、列車に対する車内の物体の相対加速度は、 $0 - a = -a$ となる。

反発係数と相対速度

衝突直前の 2 物体の速度を v_1 、 v_2

衝突直後の 2 物体の速度を v_1' 、 v_2'

とすると、

$$\text{反発係数 } e = -\frac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2} \quad \left(\text{あるいは、} -e = \frac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2} \right) \quad (0 \leq e \leq 1)$$

ここで、 $v_1 - v_2$ と $v_1' - v_2'$ は相対速度を表しているから、

$$\text{反発係数 } e = -\frac{\text{衝突直後の相対速度}}{\text{衝突直前の相対速度}} \quad (0 \leq e \leq 1)$$

と覚えるほうが便利である。

注意

斜め衝突では衝突直前と直後の速度をそのまま反発係数の公式にあてはめてはいけない。

反発係数に使える速度は、

衝突面に対し垂直な速度成分（正面衝突の速度成分）だけである。