

平行板コンデンサーの電気容量の公式の導き方と静電エネルギー

電気容量の公式をガウスの法則から導いてみる

コンデンサーの両極板（片面の面積 S ）に蓄えられた電荷をそれぞれ $+Q$, $-Q$ とすると,
 $+Q$ がつくる電界の強さ

$+Q$ は極板表面に分布するから、極板の厚さを無視すると、分布面積は $2S$ である。

このことと電気力線は極板（等電位面）に垂直に出ることから、

ガウスの法則より電気力線の密度、すなわち電界の強さ $E_+ = \frac{1}{2} \frac{Q}{\epsilon \cdot S}$

$-Q$ がつくる電界の強さ

同様に、 $E_- = \frac{1}{2} \frac{Q}{\epsilon \cdot S}$

極板間の電界の向きは、いずれも $-Q$ の電荷をもつ極板に対し垂直の向きだから、

極板間の電界の強さ $E = E_+ + E_- = \frac{1}{2} \frac{Q}{\epsilon \cdot S} + \frac{1}{2} \frac{Q}{\epsilon \cdot S} = \frac{Q}{\epsilon \cdot S} \quad \dots \textcircled{1}$

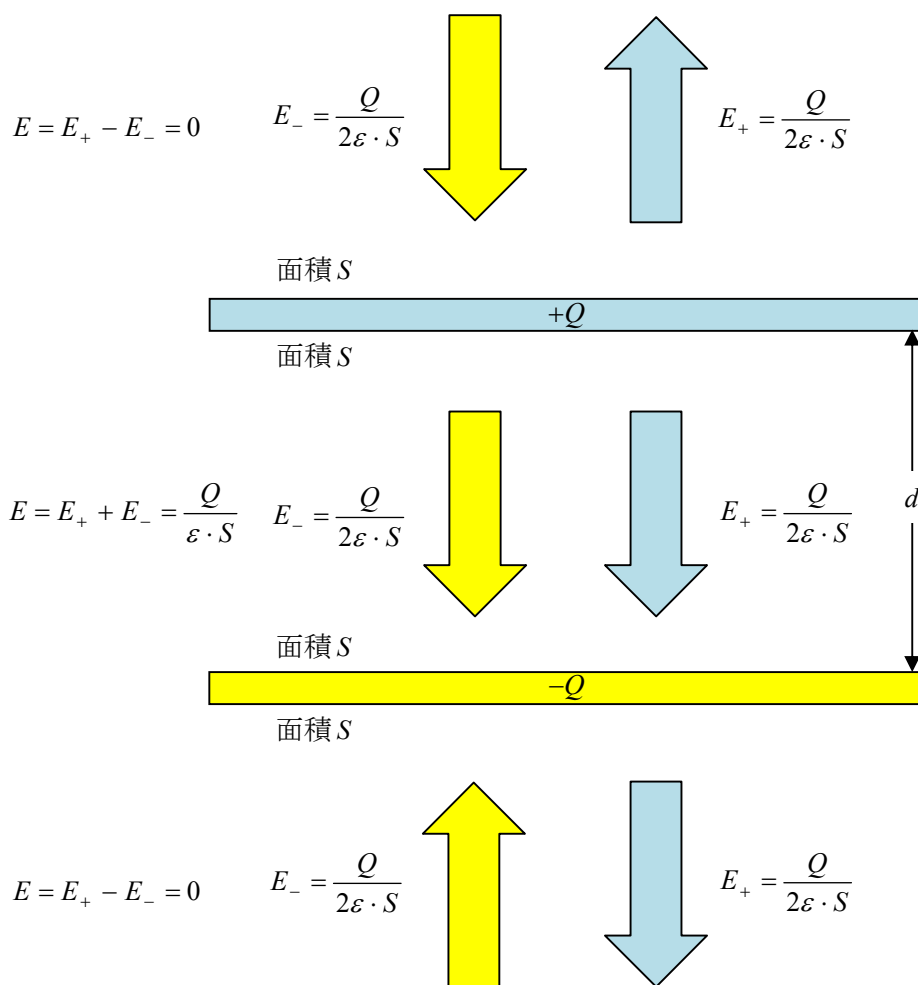
また、このときの極板間の距離を d とすると、

極板間の電圧 $V = Ed \quad \dots \textcircled{2}$

①, ②より、 $\frac{V}{d} = \frac{Q}{\epsilon \cdot S} \quad \therefore Q = \frac{\epsilon \cdot S}{d} V$

電気容量を C とすると、その定義 $C = \frac{Q}{V}$ より、 $C = \frac{\epsilon \cdot S}{d}$

ただし、極板の面積 S は極板間の距離 d に比べ十分大きいものとする。



極板間の電界の強さは $\frac{Q}{\epsilon \cdot S}$ だが、

極板間の外側では、両極板がつくる電界が打ち消しあうため 0 である。

あるいは、

$+Q$ から出た電気力線は $-Q$ に入るから、

ガウスの法則より、極板間の電気力線の本数は $\frac{Q}{\epsilon}$

よって、極板間の電界の強さ $E = \frac{Q}{\epsilon \cdot S}$

静電エネルギーの式の求め方

+ Q に帯電した極板と- Q に帯電した極板が限りなく接近している状態から
- Q に帯電した極板を極板間の距離が d になるまで離すとき、
極板間の静電気力とつり合いの関係にある外力のした仕事が
極板間の静電気力の位置エネルギー、すなわち静電エネルギーとして蓄えられる。

+ Q がつくる電界の強さ $E_+ = \frac{1}{2}E$ より、

- Q に帯電した極板が+ Q に帯電した極板から受ける静電気力の大きさ $= Q \cdot \frac{1}{2}E = \frac{1}{2}QE$

よって、つり合いの外力の大きさも $\frac{1}{2}QE$

つり合いの外力と極板の移動の向きは同じだから、

つり合いの外力がした仕事 $= \frac{1}{2}QEd = \frac{1}{2}QV$

よって、蓄えられた静電エネルギー $U = \frac{1}{2}QV$

