

51

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2-1}-(ax+b) &= \left\{ \sqrt{x^2-1}-(ax+b) \right\} \cdot \frac{\sqrt{x^2-1}+(ax+b)}{\sqrt{x^2-1}+(ax+b)} \\ &= \frac{(1-a^2)x^2-2abx-1-b^2}{\sqrt{x^2-1}+(ax+b)} \\ &= \frac{(1-a^2)x-2ab-\frac{1+b^2}{x}}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}+a+\frac{b}{x}}\end{aligned}$$

よって,

$x \rightarrow \infty$ のとき $\sqrt{x^2-1}-(ax+b) \rightarrow 2$ となるための必要条件は,

$$1-a^2=0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

このとき,

$$\sqrt{x^2-1}-(ax+b) \rightarrow \frac{-2ab}{1+a} = 2 \quad (x \rightarrow \infty) \quad \cdots \textcircled{2}$$

より,

$$a \neq -1 \quad \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より,

$$a=1, \quad b=-2$$