62

別解

$f(x)=a^2\sin^2 x$，　$g(x)=x^2\sin^2 a$ とおくと

$$\frac{a^2\sin^2 x-x^2\sin^2 a}{x-a}=\frac{a^2\sin^2 x-a^2\sin^2 a}{x-a}-\frac{x^2\sin^2 a-a^2\sin^2 a}{x-a}$$
$$=\frac{f(x)-f(a)}{x-a}-\frac{g(x)-g(a)}{x-a}$$

$$\therefore \lim_{x\to a}\frac{a^2\sin^2 x-x^2\sin^2 a}{x-a}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}-\lim_{x\to a}\frac{g(x)-g(a)}{x-a}$$

$\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ は，　$(a,f(a))$ を基準位置とする $f(x)$ の平均変化率を表しているから，

$\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ は $(a,f(a))$ における変化率，すなわち微分係数 $f'(a)$ を表す。

よって，

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)$$

同様に，

$$\lim_{x\to a}\frac{g(x)-g(a)}{x-a}=g'(a)$$

$f(x)=a^2\sin^2 x$ より，　$f'(x)=2a^2\sin x\cos x$　　$\therefore f(a)=2a^2\sin a\cos a$

$g(x)=x^2\sin^2 a$ より，　$g'(x)=2x\sin^2 a$　　$\therefore g'(a)=2a\sin^2 a$

以上より，

与式 $=2a^2\sin a\cos a-2a\sin^2 a$