

70

別解

68 で解説した $x = u^{\log_u x}$ を活用する。

紛らわしさを避ける目的で $x = u^{\log_u x}$ の x を t にし、さらに底 u を底 e にすると、

$$t = e^{\log t}$$

この t に x^{x^2} を代入すると、

$$x^{x^2} = e^{\log x^{x^2}} = e^{x^2 \log x}$$

よって、

$$\begin{aligned} \left(x^{x^2}\right)' &= \left(e^{x^2 \log x}\right)' \\ &= \left(x^2 \log x\right)' e^{x^2 \log x} \\ &= \left(2x \log x + x^2 \cdot \frac{1}{x}\right) x^{x^2} \quad \left(\because x^{x^2} = e^{x^2 \log x}\right) \\ &= (2 \log x + 1)x \cdot x^{x^2} \\ &= x^{x^2+1}(2 \log x + 1) \end{aligned}$$