

72

$y = f(x)$ ($\pi < x < 2\pi$) とおくと,

$y = \cos x$ ($\pi < x < 2\pi$) より, その逆関数は $y = \cos^{-1} x$ ($\pi < y < 2\pi$)

よって, $x = \cos y$

ここで, 両辺を x で微分すると,

$$1 = \frac{d \cos y}{dx}$$

$$1 = \frac{d \cos y}{dy} \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{d \cos y}{dy}}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sin y}$$

$\pi < y < 2\pi$ より, $\sin y < 0$ だから, $\sin y = -\sqrt{1 - \cos^2 y} = -\sqrt{1 - x^2}$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

逆関数の微分のポイント

$y = f(x)$ の逆関数を $y = f^{-1}(x)$ とすると, $x = f(y)$ だから,

$$1 = \frac{df(y)}{dx} = \frac{df(y)}{dy} \cdot \frac{dy}{dx}$$

よって, $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{df(y)}{dy}}$