

91

(2)

$$h(x) = e^{-x}(x^3 + k) \text{ より,}$$

$$h'(x) = e^{-x}(-x^3 + 3x^2 - k)$$

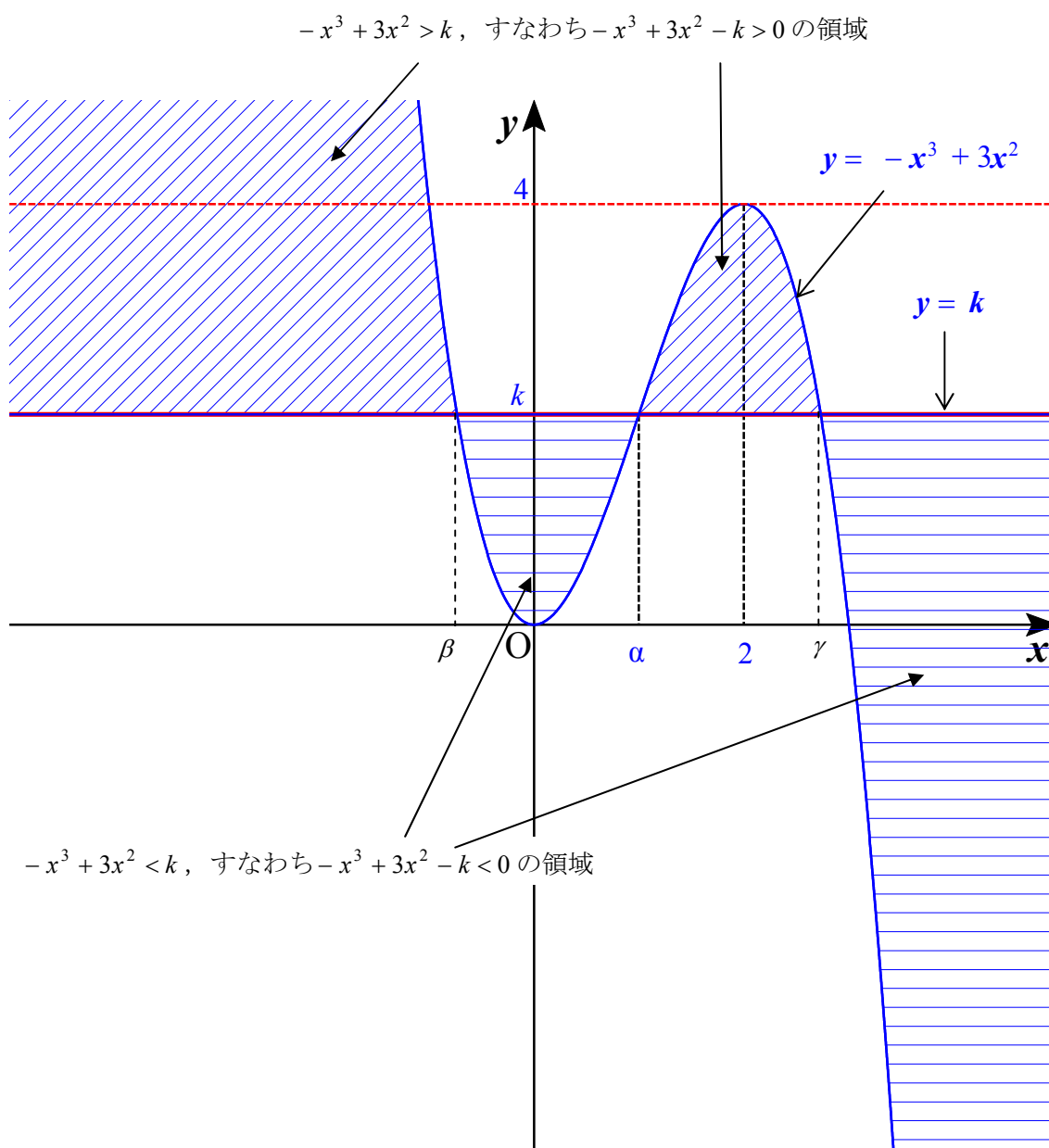
$h(x)$ が極小値をもつためには,

$-x^3 + 3x^2 - k$ の値が x の増加に伴ない負から正になる x が存在することである。

$y = g(x) = -x^3 + 3x^2$ と $y = k$ のグラフより,

$0 < k < 4$ のとき, そのような $x = \alpha$ が存在する。

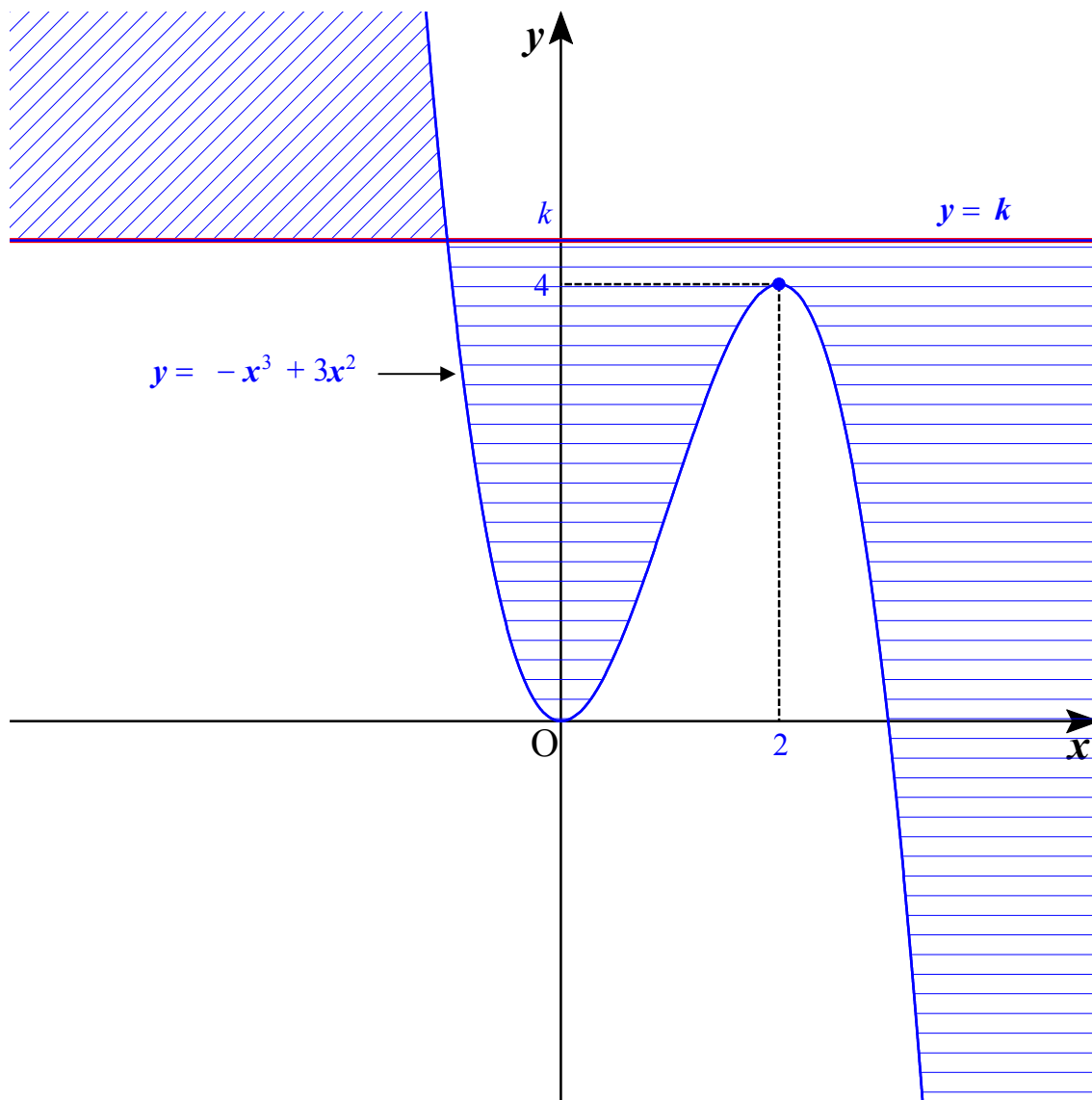
$x = \beta, \gamma$ では $-x^3 + 3x^2 - k$ の値が正から負になるから, 極大値をとる。



補足

$k \geq 4$ または $k \leq 0$ のとき，極大値のみをとる。

たとえば， $k \geq 4$ の場合



別解

$$h(x) = e^{-x}(x^3 + k) \text{ より,}$$

$$h'(x) = e^{-x}(-x^3 + 3x^2 - k)$$

$h(x)$ が極小値をもつためには,

$-x^3 + 3x^2 - k$ の値が x の増加に伴ない負から正になる x が存在することである。

ここで,

$$y = -x^3 + 3x^2 - k \text{ とおくと,}$$

$$y' = -3x^2 + 6x = -3x(x - 2) \text{ より, 増減表は次のようになる。}$$

x	...	0	...	2	...
y'	-	0	+	0	-
y	↓	$-k$	↑	$4-k$	↓

よって,

負から正になる x が存在するのであれば, それは $0 < x < 2$ であり,

このとき, $-k < 0$, $4 - k > 0$ であればよい。

よって, $0 < k < 4$