

96

$f(x) = \frac{4x^2 + 3}{2x - 1}$ の漸近線について

分母が $2x - 1 = 0$ のときの値は定義できないから、 $x \neq \frac{1}{2}$

よって、 $x > \frac{1}{2}$ または $x < \frac{1}{2}$ から $x = \frac{1}{2}$ に $f(x)$ は無限に近づけるが、 $x = \frac{1}{2}$ には至らない。

すなわち $x = \frac{1}{2}$ は漸近線である。

また、

$$f(x) = \frac{4x^2 + 3}{2x - 1} = 2x + 1 + \frac{4}{2x - 1} \quad \left(x \neq \frac{1}{2}\right) \text{ より,}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(2x + 1 + \frac{4}{2x - 1}\right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (2x + 1) \text{ だから,}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \{f(x) - (2x + 1)\} = 0$$

よって、 $y = 2x + 1$ は漸近線である。

あるいは、

$x \rightarrow \infty$ の場合の漸近線を $y = ax + b$ とすると、

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - ax + b\} = 0 \text{ だから,}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - ax + b\} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{2x + 1 + \frac{4}{2x - 1} - (ax + b)\right\} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \{(2 - a)x + 1 - b\} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} (2 - a)x + 1 - b = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

ゆえに、漸近線は $y = 2x + 1$

$x \rightarrow -\infty$ の場合の漸近線も同様にして求めると、 $y = 2x + 1$