

## 101

三角関数で表された関数の増減表をつくる時のコツ

$$f(x) = 4 \sin^3 x + 3\sqrt{3} \cos x + 2 \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

$$f'(x) = 3 \sin x (2 \sin 2x - \sqrt{3})$$

ここで、 $f'(x)$ の正負を調べるにあたり、 $f'(x) = 0$ の解を求める。

$$3 \sin x (2 \sin 2x - \sqrt{3}) = 0 \text{ より, } \sin x = 0 \text{ または } \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{よって, } x = 0, \pi, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$$

次に、増減表をつくるわけだが、

ここで一工夫する。

つまり、

$$f'(x) = 3 \sin x (2 \sin 2x - \sqrt{3}) = 6 \sin x \left( \sin 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ とし,}$$

増減表に  $\sin x$  と  $\sin 2x - \frac{\sqrt{3}}{2}$  の正負を加え、 $f'(x)$ の正負を求め易くする。

すると、増減表は次のようになる。

$x$	0	...	$\frac{\pi}{6}$	...	$\frac{\pi}{3}$	...	$\pi$
$\sin x$	0	+	+	+	+	+	0
$\sin 2x - \frac{\sqrt{3}}{2}$	-	-	0	+	0	-	-
$f'(x)$	0	-	0	+	0	-	0
$f(x)$	$2 + 3\sqrt{3}$	↓	7	↑	$2 + 3\sqrt{3}$	↓	$2 - 3\sqrt{3}$

こうすれば、 $f'(x)$ の正負を求める上でわずらわしい思いをしなくてすむ。