

103

別解

$y = f(x)$ の接線を $y = g(x) = mx + n$ とおくと、点 $(1, t)$ を通ることより、

$$t = m + n \quad \therefore n = t - m$$

よって、 $y = g(x) = mx + t - m$

$y = f(x)$ と $y = g(x)$ の接点の x 座標を a とするときの必要十分条件は、

$f(a) = g(a)$ かつ $f'(a) = m$ である。

$$f(a) = g(a) \text{ より, } \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = ma + t - m \quad \dots \textcircled{1}$$

$$f'(x) = -\frac{x+2}{x^3}, \quad f'(a) = m \text{ より, } -\frac{a+2}{a^3} = m \quad \dots \textcircled{2}$$

①かつ②より、

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = -\frac{a+2}{a^3} \cdot a + t + \frac{a+2}{a^3}$$

$$\therefore \frac{a^2 + a}{a^3} = \frac{-a^2 - 2a}{a^3} + t + \frac{a+2}{a^3}$$

$$\therefore \frac{2a^2 + 2a - 2}{a^3} = t$$

以下省略

接線問題は $y = f(x)$ の接点を $(a, f(a))$ とおいて解くのが定石であるが、

万能ではないので、 $y = mx + n$ とおいて解く方法も常に意識すべきである。