

117

(2)

別解

$$2^x = e^{\log 2^x} = e^{x \log 2} \text{ より,}$$

$$\begin{aligned}\int_0^1 x 2^x dx &= \int_0^1 x e^{x \log 2} dx \\&= \left[x \cdot \frac{1}{\log 2} e^{x \log 2} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{\log 2} e^{x \log 2} dx \\&= \left[x \cdot \frac{1}{\log 2} \cdot 2^x \right]_0^1 - \frac{1}{\log 2} \left[\frac{1}{\log 2} e^{x \log 2} \right]_0^1 \\&= \left[\frac{x \cdot 2^x}{\log 2} \right]_0^1 - \left[\frac{2^x}{(\log 2)^2} \right]_0^1 \\&= \left[\frac{\log 2 \cdot x \cdot 2^x - 2^x}{(\log 2)^2} \right]_0^1 \\&= \frac{2 \log 2 - 1}{(\log 2)^2}\end{aligned}$$

$\int a^x dx = \frac{a^x}{\log a} + C$ は公式であるが、あえてそれを使わず、 $t = e^{\log t}$ を活用して解いた。