143

楽な処理

両辺をe^x倍すると，

$$e^x f(x)=(2x-k)e^{2x}+\int_0^x f(t)e^t\,dt$$

両辺をxについて微分すると，

$e^x f(x)+e^x f'(x)=2e^{2x}+2(2x-k)e^{2x}+f(x)e^x$

$\therefore f'(x)=(2-2k)e^x+4xe^x$

よって，

$$\begin{aligned}f(x)&=\int f'(x)dx\\&=(2-2k)e^x+4xe^x-4e^x+C\\&=2e^x(2x-k-1)+C\end{aligned}$$

ここで与式より，$f(0)=-k$

これと$f(0)=2e^0(0-k-1)+C=-2k-2+C$より，

$-k=-2k-2+C \quad \therefore C=k+2$

よって，

$f(x)=2e^x(2x-k-1)+k+2$