163

別解

接線が点 $(-1,0)$ を通るから、その方程式を $y = mx + m$ とおくと、

$mx + m = \sqrt{x}$ ($x \geq 0$)は重解をもつ。

$x \geq 0$ において、 $mx + m = \sqrt{x} \Leftrightarrow (mx + m)^2 = x$ かつ $mx + m \geq 0$ より、

$m^2x^2 + (2m^2 - 1)x + m^2 = 0$ の判別式を D とすると、

$$\text{重解条件より } D = (2m^2 - 1)^2 - 4m^4 = 4m^2 - 1 = 0 \quad \therefore m = \pm \frac{1}{2}$$

このうち、 $x \geq 0$ において $mx + m \geq 0$ となるのは $m = \frac{1}{2}$

よって、接線の方程式は、 $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$