第 1 問

(ア)

鉛直上向きを正とすると，鉛直方向の速度 $v_y = v_0 \sin\theta - gt$

点 P に達したとき，鉛直方向の速度 v_y が 0 になるから， $0 = v_0 \sin\theta - gt$

よって，求める時刻 $t = \dfrac{v_0 \sin\theta}{g}$ ・・・(答)

(イ)

点 A からの鉛直方向の変位を求めればよい。

$\Delta y = \dfrac{1}{2} gt^2$ と $t = \dfrac{v_0 \sin\theta}{g}$ より，

点 A に対する点 P の高さ＝$\dfrac{v_0{}^2 \sin^2\theta}{2g}$ ・・・(答)

(ウ)

水平右向きの速度を正とすると， $v_x = v_0 \cos\theta$

点 P に達したとき， $v_y = 0$ になるから，

点 P における小球の速さ $v_1 = v_0 \cos\theta$ ・・・(答)

(エ)

X，Y，Z の物体系に対し鉛直下向きに外力（重力）が働いているが，

衝突は一瞬の現象であり，その時間 Δt は十分短いことから，

物体どうしの衝突や物体の分裂においては，重力による力積は無視してよい。

よって，衝突直前と直後において，水平方向と鉛直方向の運動量が保存される。

衝突直後の Z の速度の水平成分と鉛直成分をそれぞれ V_x， V_y とすると，

水平方向の運動量保存

$$mv_1 = (m + M)V_x \quad \therefore V_x = \frac{mv_1}{m + M}$$

鉛直方向の運動量保存

$$Mv_2 = (m + M)V_y \quad \therefore V_y = \frac{Mv_2}{m + M}$$

よって， $V = \sqrt{V_x{}^2 + V_y{}^2} = \dfrac{\sqrt{m^2 v_1{}^2 + M^2 v_2{}^2}}{m + M}$ ・・・(答)

(オ)

$\tan\alpha = \dfrac{V_y}{V_x} = \dfrac{Mv_2}{mv_1}$ ・・・(答)

（カ）

$m=M$ ， $v_2=\sqrt{3}v_1$ より，

衝突直前に小球 X と小球 Y が持っていた全運動エネルギー

$$\frac{1}{2}m{v_1}^2+\frac{1}{2}M{v_2}^2=\frac{1}{2}m{v_1}^2+\frac{1}{2}m\left(\sqrt{3}v_1\right)^1=2m{v_1}^2$$

衝突直後の小球 Z の運動エネルギー

$$\frac{1}{2}(m+M)V^2=\frac{1}{2}\cdot 2m\cdot\frac{m^2{v_1}^2+m\left(\sqrt{3}v_1\right)^2}{(2m)^2}=m{v_1}^2$$

よって，

衝突直後の小球 Z の運動エネルギーは，

衝突直前に小球 X と小球 Y が持っていた全運動エネルギーの

$\dfrac{m{v_1}^2}{2m{v_1}^2}\times 100=50\%$　・・・（答）

第 2 問

問 1

(キ)

コンデンサーは直列につながれているから，回路全体に蓄えられた電気量と Q_2 は等しい。

合成容量を C_T とすると， $\dfrac{1}{C_T}=\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}$ $\quad \therefore C_T=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}$

よって， $Q_2=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}V$ ・・・(答)

(ク)

$C_2V_2=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}V$ より， $V_2=\dfrac{C_1}{C_1+C_2}V$ ・・・(答)

あるいは,

$C_1(V-V_2)=C_2V_2$ より， $V_2=\dfrac{C_1}{C_1+C_2}V$ ・・・(答)

問 2

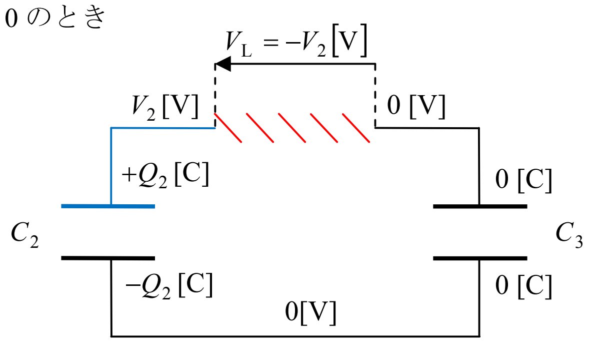
解法のポイント

- コイルの磁気エネルギー＋コンデンサーの静電エネルギー＝一定
- 孤立部分の総電気量保存

(ケ)

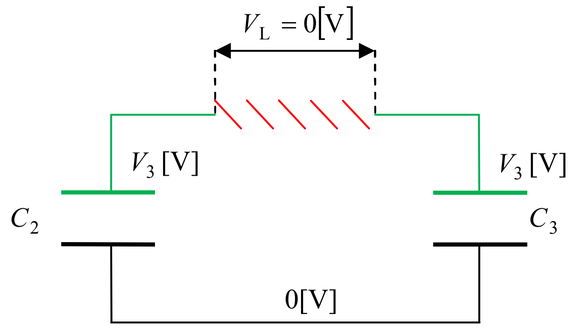
図のコンデンサーの下側極板は電気抵抗が無視できる導線でつながっているから常に等電位であり，この電位を 0[V]とする。

$t=0$ のとき



$$V_L=0-V_2=-V_2\ [\mathrm{V}]$$

$t = \dfrac{T}{4}$， $\dfrac{5}{4}T$ （I_m が最大）のとき



$V_\mathrm{L} = 0$ だから，コイルの両端の電位は等しい。

よって，2 つのコンデンサーの下側極板に対する電位はいずれも V_3 [V]である。

これと電気量保存則より， $Q_2 = C_2V_3 + C_3V_3$

$$\therefore V_3 = \frac{Q_2}{C_2 + C_3} \quad ・・・(答)$$

(コ)

導線の抵抗を無視してよいから，ジュール熱の発生はない。

また，電磁波の発生によるエネルギーのロスは極めて小さい。

よって，コンデンサーの静電エネルギーとコイルの磁気エネルギーの和が保存されるとみなしてよい。

$t = 0$ のときと $t = \dfrac{T}{4}$ のときについて，エネルギー保存則より，

$$\frac{Q_2{}^2}{2C_2} = \frac{1}{2}LI_m{}^2 + \frac{1}{2}C_2V_3{}^2 + \frac{1}{2}C_3V_3{}^2$$

$$\begin{aligned}\therefore LI_m{}^2 &= (C_2 + C_3)V_3{}^2 - \frac{Q_2{}^2}{C_2} \\ &= (C_2 + C_3)\frac{Q_2{}^2}{(C_2 + C_3)^2} - \frac{Q_2{}^2}{C_2} \\ &= \frac{C_3Q_2{}^2}{C_2(C_2 + C_3)}\end{aligned}$$

$$\therefore I_m = Q_2\sqrt{\frac{C_3}{LC_2(C_2 + C_3)}} \quad ・・・(答)$$

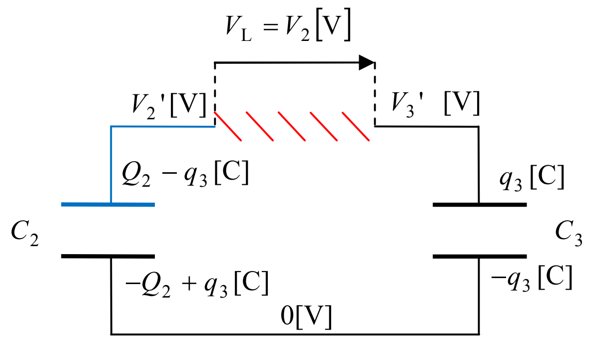
(サ)

コイルの誘導起電力$V_{\mathrm{L}}=V_2$となるとき（I_mが再び 0 になるとき）だから，

$\frac{1}{2}T$ ・・・(答)

(シ)

$t=\frac{1}{2}T$ のとき



$V_3'-V_2'=V_2$

$C_2V_2'+C_3V_3'=Q_2$

より， $V_3'=\dfrac{C_2V_2+Q_2}{C_2+C_3}$

$$\begin{aligned}\therefore q_3&=C_3V_3'\\&=\frac{C_3(C_2V_2+Q_2)}{C_2+C_3}\\&=\frac{C_3(Q_2+Q_2)}{C_2+C_3}\\&=\frac{2C_3Q_2}{C_2+C_3}\end{aligned}$$

よって，

$\dfrac{2C_3Q_2}{C_2+C_3}$ ・・・(答)

あるいは,

$t=0$ のときと $t=\frac{1}{2}T$ のときについて，エネルギー保存則より,

$$\frac{Q_2{}^2}{2C_2}=\frac{(Q_2-q_3)^2}{2C_2}+\frac{q_3{}^2}{2C_3}$$
$$\therefore C_3Q_2{}^2=C_3(Q_2-q_3)^2+C_2q_3{}^2$$
$$\therefore q_3\{(C_2+C_3)q_3-2C_3Q_2\}=0$$

よって， $q_3=0$ ， $\frac{2C_3Q_2}{C_2+C_3}$

$q_3>0$ より， $\frac{2C_3Q_2}{C_2+C_3}$ ・・・(答)

第 3 問

熱力学問題を要領よく解くためのコツ

・気体の状態量を，たとえば(P,V,n,T)のように成分表示する。
　定性的に考える手間が軽減される。
　気体の状態をメモすることにもなり，状態変化の過程を追いやすい。

・$PV=nRT$ から導かれる比例式$\dfrac{PV}{nT}=$一定 または$\dfrac{nT}{PV}=$一定 を活用する。
　これは化学の「気体の法則と性質」についてもいえる。

・定圧（等圧）変化，定積（等積）変化，等温変化，断熱変化を見極め，
それぞれの状態変化についての熱力学第一法則の式を立てる。

・熱力学第一法則の式が立てやすくなるように系の範囲を設定する。

問 1

(ス)

状態 2 の圧力をP_2とし，状態 1 と状態 2 の圧力，体積，温度を成分表示すると，

状態 1＝(P_1,V_1,T_1)，状態 2＝$\left(P_2,\dfrac{V_1}{8},T_1\right)$

よって，$P_1V_1=P_2\cdot\dfrac{V_1}{8}$　$\therefore P_2=8P_1$　・・・(答)

問 2

(セ)

n mol の理想気体の内部エネルギー変化$\Delta U=nC_v\Delta T$　(C_v は定積モル比熱）より，

$\Delta U=C_v\Delta T=C_v(T_1-T_1)=0$　・・・(答)

問 3

(ソ)

状態 3 の圧力をP_3，温度をT_3とすると，状態 3＝(P_3,V_1,T_3)

また，$P_2=8P_1$より，状態 2＝$\left(8P_1,\dfrac{V_1}{8},T_1\right)$

$TV^{\frac{2}{3}}=$一定 より，$T_3V_1^{\frac{2}{3}}=T_1\left(\dfrac{V_1}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$　$\therefore T_3=\dfrac{1}{4}T_1$　・・・(答)

(タ)

状態 1＝(P_1,V_1,T_1)と状態 3＝$\left(P_3,V_1,\dfrac{T_1}{4}\right)$について，$\dfrac{P_1V_1}{T_1}=\dfrac{P_3\cdot V_1}{\dfrac{T_1}{4}}$ より，

$P_3=\dfrac{1}{4}P_1$　・・・(答)

問 4

(チ)

単原子分子の理想気体の定積モル比熱 $C_v = \frac{3}{2}R$ より，

$$\Delta U = \frac{3}{2}R\left(\frac{1}{4}T_1 - T_1\right) = -\frac{9}{8}RT_1 \quad ・・・(答)$$

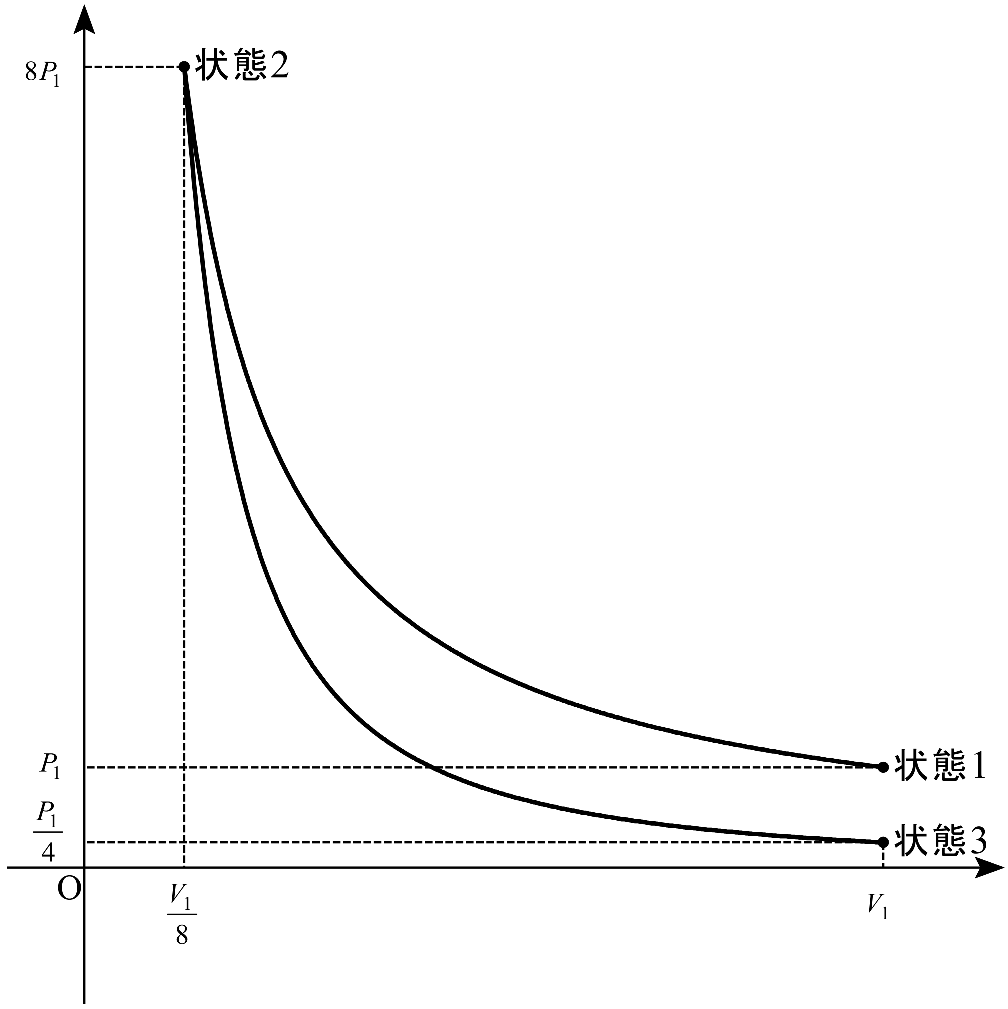
(ツ)

系の内部エネルギー変化を ΔU，系が外部にした仕事を W，系が得た熱を Q とすると，
熱力学第一法則の式は，$Q = \Delta U + W$
断熱変化の場合 $Q = 0$ だから，$0 = \Delta U + W$

よって，$0 = -\frac{9}{8}RT_1 + W \quad \therefore W = \frac{9}{8}RT_1 \quad ・・・(答)$

問 5

状態 1＝(P_1, V_1, T_1)，状態 2＝$\left(8P_1, \frac{V_1}{8}, T_1\right)$，状態 3＝$\left(\frac{P_1}{4}, V_1, \frac{T_1}{4}\right)$



問 6

（テ）・（ト）

状態 3＝$\left(\dfrac{P_1}{4}, V_1, \dfrac{T_1}{4}\right)$から状態 1＝$\left(P_1, V_1, T_1\right)$への変化で系が吸収した熱量を$Q_{31}$とすると，

定積変化，すなわち外部に仕事をしない変化だから，

$Q_{31} = \Delta U$

$\Delta U = \dfrac{3}{2}R\left(T_1 - \dfrac{T_1}{4}\right) = \dfrac{9}{8}RT_1$ より，$Q_{31} = \dfrac{9}{8}RT_1$

よって，熱量$\dfrac{9}{8}RT_1$（テ）を気体に加える（ト）。

おまけ：断熱変化の微分方程式を解く（ポアソンの式）

断熱変化の微分方程式

断熱変化に対する熱力学第一法則は，$0 = \Delta U + P\Delta V$ である。

これと，$\Delta U = nC_v\Delta T$，$P = \dfrac{nRT}{V}$ であることから，

$$0 = nC_v\Delta T + \frac{nRT}{V}\Delta V$$

$$\therefore \frac{\Delta T}{T} = -\frac{R}{C_v}\cdot\frac{\Delta V}{V}$$

ここで，ΔT，ΔV について，微小変化 dT，dV をとり，

断熱変化の微分方程式とする。

すなわち

$$\frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_v}\cdot\frac{dV}{V} \quad \cdot\cdot\cdot ①$$

断熱変化の微分方程式を解く

①の両辺について不定積分を行う。

$$\int\frac{dT}{T} = \int -\frac{R}{C_v}\cdot\frac{dV}{V}$$

$$\int\frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_v}\int\frac{dV}{V}$$

$$\log T = -\frac{R}{C_v}\log V + \mathrm{A}$$ （A は積分定数）

$$\log T = \log V^{-\frac{R}{C_v}} + \mathrm{A}$$

$$\log T - \log V^{-\frac{R}{C_v}} = \mathrm{A}$$

$$\log\frac{T}{V^{-\frac{R}{C_v}}} = \mathrm{A}$$

$$\log TV^{\frac{R}{C_v}} = \mathrm{A}$$

A は定数だから，

断熱変化の微分方程式の解は，

$$TV^{\frac{R}{C_v}} = \text{一定} \quad \cdot\cdot\cdot ②$$

また，$PV = nRT$ より，$T = \dfrac{PV}{nR}$ だから，これを②に代入すると，

$$\frac{PV}{nR} \cdot V^{\frac{R}{C_v}} = 一定$$

n は系内部の気体の物質量で一定，R は気体定数だから，nR は一定である。

よって，断熱変化の微分方程式の解は，

$$PV^{1+\frac{R}{C_v}} = 一定 \quad ・・・③$$

ポアソンの式

②，③のままでもいいが，

$C_p = C_v + R$ より，$\dfrac{R}{C_v} = \dfrac{C_p - C_v}{C_v} = \dfrac{C_p}{C_v} - 1$

ここで，比熱比 $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v}$ とおくと，

②は，$TV^{\gamma-1} = 一定$

③は，$PV^{\gamma} = 一定$

となる。

これを**ポアソンの式**または**ポアソンの法則**という。

ポアソンの式：$TV^{\gamma-1} = 一定$　または　$PV^{\gamma} = 一定$　$\left(\gamma = \dfrac{C_p}{C_v} \right)$

補足

1．比熱比について

理想気体が単原子分子の場合 $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v} = \dfrac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R} = \dfrac{5}{3}$

理想気体が二原子分子の場合 $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v} = \dfrac{\frac{7}{2}R}{\frac{5}{2}R} = \dfrac{7}{5}$

2．気体分子の運動の自由度を f とすると，$C_v = \frac{f}{2}R$

単原子分子は球状分子とするので，

xyz 座標空間の並進運動成分 x, y, z をもつから，自由度 $f = 3$

二原子分子は，直線分子とするので，

並進運動成分 x, y, z の自由度 3 と直線の傾きを任意にとるための自由度 2 をもつから，自由度 $f = 5$

よって，

単原子分子の $C_v = \frac{3}{2}R$

二原子分子の $C_v = \frac{5}{2}R$

第 4 問

問 1

(ナ)

$\dfrac{c}{n_1}$ ・・・(答)

(ニ)

振動数は変化しないから， $f_0\lambda_2 = \dfrac{c}{n_1}$ $\therefore \lambda_2 = \dfrac{c}{n_1 f_0}$ ・・・(答)

(ヌ)

f_0 ・・・(答)

(ネ)

逆転する

解説

屈折率の小さい媒質からの光が屈折率の大きい媒質との境界面で反射するときのみ位相が π ずれる。すなわち逆転する。

(ノ)

変化しない

(ハ)

変化しない

(ヒ)

変化しない

(フ)

境界 A で反射した光の位相だけが逆転するから，

2 つの反射波が強め合う条件は，薄膜の厚さを d とすると，

光路差 $2n_1 d$ が， $2n_1 d = \left(m + \dfrac{1}{2}\right)\lambda$ $(m = 0,1,2,\cdots)$ を満たすことである。

薄膜の厚さの最小値は， $m = 0$ のときだから，

$$d_1 = \frac{\frac{1}{2}\lambda}{2n_1} = \frac{3.0\times10^{-7}}{2\times2.0} = 7.5\times10^{-8}\,[\mathrm{m}] \quad ・・・(答)$$

(ヘ)

$m = 1$ のときだから，

$$d_2 = \frac{\frac{3}{2}\lambda}{2n_1} = \frac{9.0\times10^{-7}}{2\times2.0} = 2.25\times10^{-7}\,[\mathrm{m}]$$

有効数字 2 桁より， $2.3\times10^{-7}\,[\mathrm{m}]$

問 2

（ホ）

境界 A における臨界角を α とすると，

$n_1 \sin\alpha = 1.0 \times \sin 90°$ より， $n_1 \sin\alpha = 1.0$

臨界角 α と境界 B での屈折角は等しいから，

境界 B において， $n_2 \sin\theta_0 = n_1 \sin\alpha$

$\therefore n_2 \sin\theta_0 = 1.0$

$\therefore \sin\theta_0 = \dfrac{1}{n_2}$