

1

問 1

ひも 1 の張力を T とすると、台車とおもりの加速度の大きさは同じだから、おもりの鉛直下向きの運動方程式

$$M_1 a_1 = -T + M_1 g \quad \dots \textcircled{1}$$

台車の水平右向きの運動方程式

$$5ma_1 = T - \mu mg \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より,

$$a_1 = \frac{M_1 - \mu m}{M_1 + 5m} g \quad \dots \text{(答)}$$

小物体は静止しているから、水平方向の力のつり合いより,

$$T_1 = \mu mg \quad \dots \text{(答)}$$

問 2

右向きを正とすると,

$$\text{小物体から見た台車の加速度} = a_1 - 0 = a_1$$

$$\text{小物体から見た台車の変位} = h$$

$$\text{小物体から見た台車の初速度} = 0$$

$$\text{より, } h = 0 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \quad \therefore t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a_1}}$$

$$a_1 = \frac{M_1 - \mu m}{M_1 + 5m} g \text{ より, } t_1 = \sqrt{\frac{2(M_1 + 5m)h}{(M_1 - \mu m)g}} \quad \dots \text{(答)}$$

問 3

$$\text{動摩擦力の仕事} = \mu mg \cdot h \cdot \cos 180^\circ = -\mu mgh$$

$$\text{変化前の力学的エネルギー} + \text{外力による仕事} = \text{変化後の力学的エネルギー}$$

$$\text{失われた力学的エネルギー} = \text{変化前の力学的エネルギー} - \text{変化後の力学的エネルギー}$$

より,

$$\text{失われた力学的エネルギー} = \mu mgh \quad \dots \text{(答)}$$

問 4

ひも 1 の張力を T とすると、台車、おもり、小物体の加速度の大きさは同じだから、おもりの鉛直下向きの運動方程式

$$M_2 a_2 = -T + M_2 g \quad \dots \textcircled{3}$$

台車の水平右向きの運動方程式

$$5ma_2 = T - T_2 - \mu mg \quad \dots \textcircled{4}$$

小物体の水平左向きの運動方程式

$$ma_2 = T_2 - \mu mg \quad \dots \textcircled{5}$$

④+⑤より,

$$6ma_2 = T - 2\mu mg \quad \dots \textcircled{6}$$

③+⑥より,

$$(M_2 + 6m)a_2 = (M_2 - 2\mu m)g$$

$$\therefore a_2 = \frac{M_2 - 2\mu m}{M_2 + 6m} g \quad \dots \text{(答)}$$

これと⑤より,

$$\begin{aligned} T_2 &= ma_2 + \mu mg \\ &= \left(\frac{M_2 - 2\mu m}{M_2 + 6m} + \mu \right) mg \\ &= \frac{(1 + \mu)M_2 + 4\mu m}{M_2 + 6m} mg \quad \dots \text{(答)} \end{aligned}$$

問 5

右向きを正とすると,

$$\text{小物体から見た台車の加速度} = a_2 - (-a_2) = 2a_2$$

$$\text{小物体から見た台車の変位} = h$$

$$\text{小物体から見た台車の初速度} = 0$$

$$\text{より, } h = 0 + \frac{1}{2} \cdot 2a_2 \cdot t_2^2 \quad \therefore t_2 = \sqrt{\frac{h}{a_2}}$$

$$a_2 = \frac{M_2 - 2\mu m}{M_2 + 6m} g \text{ より, } t_2 = \sqrt{\frac{(M_2 + 6m)h}{(M_2 - 2\mu m)g}} \quad \dots \text{(答)}$$

問 6

$$v^2 - 0^2 = 2 \cdot 2a_2 \cdot h$$

$$\therefore v = 2\sqrt{a_2 h} = \sqrt{\frac{M_2 - 2\mu m}{M_2 + 6m} gh} \quad \dots \text{(答)}$$

2

問 1

荷電粒子の速さの磁場の向きと垂直な成分は $v_0 \cos \theta$ だから、

$$F = qv_0 B \cos \theta \quad \dots \text{(答)}$$

問 2

荷電粒子の運動を xy 平面上に投影すると、

ローレンツ力 $F = qv_0 B \cos \theta$ を向心力とする

軌道半径 $x_0 - x_1$ の等速円運動になるから、

その運動方程式は、

$$m \frac{(v_0 \cos \theta)^2}{x_0 - x_1} = qv_0 B \cos \theta$$

$$\therefore x_1 = x_0 - \frac{mv_0 \cos \theta}{qB} \quad \dots \text{(答)}$$

問 3

円周 $2\pi(x_0 - x_1)$ を速さ $v_0 \cos \theta$ で一周するのにかかる時間が T に相当するから、

$$T = \frac{2\pi(x_0 - x_1)}{v_0 \cos \theta} \quad \dots \text{①}$$

$$m \frac{(v_0 \cos \theta)^2}{x_0 - x_1} = qv_0 B \cos \theta \text{ より、}$$

$$x_0 - x_1 = \frac{mv_0 \cos \theta}{qB} \quad \dots \text{②}$$

$$\text{①, ②より, } T = \frac{2\pi m}{qB} \quad \dots \text{(答)}$$

問 4

$$v_0 \sin \theta \cdot T = \frac{2\pi m v_0 \sin \theta}{qB} \quad \dots \text{(答)}$$

問 5

磁場による向心力 $F = qv_0 B \cos \theta$ は xy 平面と平行であり、

電界による静電気力 $-qE$ は $-z$ 方向 (xy 平面と垂直) だから、

荷電粒子の z 方向の外力は $-qE$ である。

よって、その運動方程式は、 $ma = -qE$

$$\therefore a = -\frac{qE}{m} \quad \dots \text{(答)}$$

問 6

+z 方向の速度を v_z とすると, $v_z = v_0 \sin \theta + at$

$$\therefore v_z = v_0 \sin \theta - \frac{qE}{m}t$$

$t = 3T$ のとき, $v_z = 0$ になったから, $0 = v_0 \sin \theta - \frac{qE}{m} \cdot 3T$

$$\therefore 0 = v_0 \sin \theta - \frac{qE}{m} \cdot \frac{6\pi m}{qB}$$

$$\therefore E = \frac{v_0 B \sin \theta}{6\pi} \quad \dots \text{(答)}$$

問 7

$$0^2 - (v_0 \sin \theta)^2 = 2 \cdot a \cdot D_2 \text{ より,}$$

$$D_2 = -\frac{(v_0 \sin \theta)^2}{2a}$$

$$2a = 2 \cdot \left(-\frac{qE}{m} \right) = -2 \cdot \frac{q}{m} \cdot \frac{v_0 B \sin \theta}{6\pi} = \frac{qBv_0 \sin \theta}{3\pi m}$$

$$\therefore D_2 = \frac{3\pi m v_0 \sin \theta}{qB} \quad \dots \text{(答)}$$

3

熱力学問題を要領よく解くためのコツ

- ・ 気体の状態量を，たとえば (P, V, n, T) のように成分表示する。
定性的に考える手間が軽減される。
気体の状態をメモすることにもなり，状態変化の過程を追いやすい。
- ・ $PV = nRT$ から導かれる比例式 $\frac{PV}{nT} = \text{一定}$ または $\frac{nT}{PV} = \text{一定}$ を活用する。
これは化学の「気体の法則と性質」についてもいえる。
- ・ 定圧（等圧）変化，定積（等積）変化，等温変化，断熱変化を見極め，それぞれの状態変化についての熱力学第一法則の式を立てる。
- ・ 熱力学第一法則の式が立てやすくなるように系の範囲を設定する。

問 1

ピストンに働く力のつり合いより， $P_1 S = P_0 S + Mg$

$$\therefore P_1 = P_0 + \frac{Mg}{S} \quad \dots \text{(答)}$$

問 2

ばねの自然長からの伸びを Δl とすると， $V - \frac{1}{2}V = S\Delta l \quad \therefore \Delta l = \frac{V}{2S}$

ピストンに働く力のつり合いより， $P_2 S + k \cdot \frac{V}{2S} = P_0 S + Mg$

$$\therefore P_2 = P_0 + \frac{Mg}{S} - \frac{kV}{2S^2} \quad \dots \text{(答)}$$

問 3

状態 A (P_1, V, T_1) ，状態 B $\left(P_2, \frac{V}{2}, T_2\right)$ より， $\frac{T_2}{P_2 \cdot \frac{V}{2}} = \frac{T_1}{P_1 \cdot V}$

$$\therefore T_2 = \frac{P_2}{2P_1} \cdot T_1 \quad \dots \text{(答)}$$

問 4

シリンダ内の気体の内部エネルギーの変化

定積モル比熱を C_v ，理想気体の物質量を n とすると，

$$\Delta U = nC_v \Delta T$$

とくに，単原子分子の場合 $C_v = \frac{3}{2}R$ より，

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T$$

$$\begin{aligned}
\Delta U &= \frac{3}{2}nR\Delta T \\
&= \frac{3}{2}nR(T_2 - T_1) \\
&= \frac{3}{2}(nRT_2 - nRT_1) \\
&= \frac{3}{2}\left(P_2 \cdot \frac{V}{2} - P_1 \cdot V\right) \\
&= \frac{3}{4}(P_2 - 2P_1)V \quad \dots \text{(答)}
\end{aligned}$$

シリンダ内の気体が外部からされた仕事

仕事 W は力ベクトル \vec{F} と変位ベクトル \vec{x} の内積であるから、 $W = \vec{F} \cdot \vec{x} = |\vec{F}||\vec{x}|\cos\theta$

変位の大きさ $= \Delta l = \frac{V}{2S}$ より、

重力がした仕事 $= Mg \cdot \frac{V}{2S}$

外圧がした仕事 $= P_0 S \cdot \frac{V}{2S} = \frac{P_0 V}{2}$

弾性力がした仕事 $= -\frac{1}{2}k\left(\frac{V}{2S}\right)^2 = -\frac{kV^2}{8S^2}$

よって、

$$W = \frac{MgV}{2S} + \frac{P_0 V}{2} - \frac{kV^2}{8S^2} \quad \dots \text{(答)}$$

問 5

ばねの自然長からの縮みは問 2 と同様にして求めると、 $\frac{V}{2S}$

ピストンに働く力のつり合いより、 $P_3 S = P_0 S + Mg + k \cdot \frac{V}{2S}$

$$\therefore P_3 = P_0 + \frac{Mg}{S} + \frac{kV}{2S^2} \quad \dots \text{(答)}$$

問 6

図 3-3 において、

シリンダ内の状態 A の気体の物質量を n とすると、容器内の気体の物質量は $2n$

$$\therefore \text{容器内の気体の物質量を } n' \text{ とすると、} n = \frac{P_1 V}{RT_1}, \quad n' = \frac{2P_1 V}{RT_1} = 2n$$

よって、全体の物質量は $n + 2n = 3n$

状態 A (P_1, V, n, T_1), 図 3-4 の全体の状態 $\left(P_3, \frac{3}{2}V + V, 3n, T_3\right)$ より,

$$\frac{3n \cdot T_3}{P_3 \cdot \left(\frac{3}{2}V + V\right)} = \frac{n \cdot T_1}{P_1 \cdot V}$$

$$\therefore T_3 = \frac{5P_3}{6P_1} \cdot T_1 \quad \dots \text{(答)}$$