

酸の希釈と pH

例

pH3.0 の塩酸を 10^5 倍にうすめたときの溶液の水素イオン濃度を求めてみよう。
ただし、HCl は完全に電離するとみなす。

求め方 1

- 25°C の水のイオン積は常に $K_w = [\text{H}^+][\text{OH}^-] = 1.0 \times 10^{-14} \text{ (mol/L)}^2$ である。
- pH3 の塩酸 HCl(aq) の濃度は $1.0 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$ である。
これを 10^5 倍にうすめると、その濃度は $1.0 \times 10^{-8} \text{ mol/L}$ になるが、
HCl は完全に電離するとみなすから、塩酸からの $[\text{H}^+]$ は、 $1.0 \times 10^{-8} \text{ mol/L}$ である。
- 一方、この溶液の溶媒 H_2O の電離による $[\text{H}^+]$ を $x \text{ mol/L}$ とすると、
 $[\text{H}^+] = [\text{OH}^-] = x \text{ mol/L}$ である。

よって、

$$\begin{aligned} \text{全}[\text{H}^+] &= x + 1.0 \times 10^{-8} \text{ mol/L}, \quad [\text{OH}^-] = x \text{ mol/L} \text{ より,} \\ K_w &= [\text{H}^+] \cdot [\text{OH}^-] = (x + 1.0 \times 10^{-8}) \cdot x = 1.0 \times 10^{-14} \text{ (mol/L)}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore x^2 + 1.0 \times 10^{-8}x - 1.0 \times 10^{-14} = 0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-1.0 \times 10^{-8} \pm \sqrt{(1.0 \times 10^{-8})^2 + 4.0 \times 10^{-14}}}{2} \\ &= \frac{-1.0 \times 10^{-8} \pm \sqrt{401 \times 10^{-16}}}{2} \\ &\approx \frac{-1.0 \times 10^{-8} \pm 2.0 \times 10^{-7}}{2} \\ &= 0.95 \times 10^{-7}, -1.05 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

$x > 0$ より、

$$x = 0.95 \times 10^{-7} \text{ mol/L}$$

$$\text{ゆえに, } [\text{H}^+] \text{ の全濃度} = 0.95 \times 10^{-7} + 1.0 \times 10^{-8} = 1.05 \times 10^{-7} \approx 1.1 \times 10^{-7} \text{ mol/L}$$

求め方のまとめ

全 $[\text{H}^+] =$ 強酸の電離による水素イオン濃度 a + 水の電離による水素イオン濃度 x

$[\text{OH}^-] =$ 水の電離による水酸化物イオン濃度 x

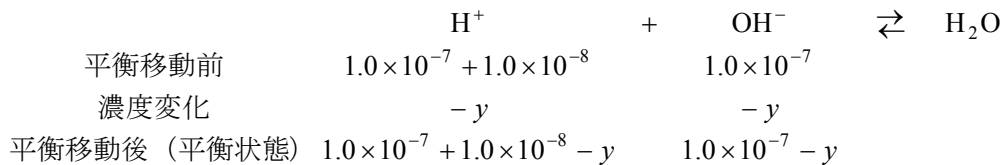
25°C の水のイオン積は常に $K_w = [\text{H}^+][\text{OH}^-] = 1.0 \times 10^{-14} \text{ (mol/L)}^2$

より、

$$(x + a) \cdot x = 1.0 \times 10^{-14}$$

求め方2

25°Cで電離平衡状態にある純水 ($[H^+] = [OH^-] = 1.0 \times 10^{-7} \text{ mol/L}$) に
塩酸を濃度が $1.0 \times 10^{-8} \text{ mol/L}$ になるように加えたときの平衡移動後の状態と同じだから、



25°Cの水のイオン積 $K_w = [H^+][OH^-] = 1.0 \times 10^{-14} \text{ (mol/L)}^2$ より、

$$(1.0 \times 10^{-7} + 1.0 \times 10^{-8} - y)(1.0 \times 10^{-7} - y) = 1.0 \times 10^{-14}$$

$$(1.1 \times 10^{-7} - y)(1.0 \times 10^{-7} - y) = 1.0 \times 10^{-14}$$

$$y^2 - 2.1 \times 10^{-7}y + 1.1 \times 10^{-14} = 1.0 \times 10^{-14}$$

$$y^2 - 2.1 \times 10^{-7}y + 0.1 \times 10^{-14} = 0$$

$$y = \frac{2.1 \times 10^{-7} \pm \sqrt{4.41 \times 10^{-14} - 0.4 \times 10^{-14}}}{2}$$

$$= \frac{2.1 \times 10^{-7} \pm \sqrt{4.01 \times 10^{-14}}}{2}$$

$$\approx \frac{2.1 \times 10^{-7} \pm \sqrt{4.00 \times 10^{-14}}}{2}$$

$$= \frac{2.1 \times 10^{-7} \pm 2.0 \times 10^{-7}}{2}$$

$$= 0.05 \times 10^{-7}, 2.05 \times 10^{-7}$$

$0 \leq y \leq 1.0 \times 10^{-7}$ より、

$$y = 0.05 \times 10^{-7}$$

よって、

$$[H^+] = 1.0 \times 10^{-7} + 1.0 \times 10^{-8} - 0.05 \times 10^{-7} = 1.05 \times 10^{-7} \approx 1.1 \times 10^{-7} \text{ mol/L}$$