

22

スイッチを a 側に戻すと C_1 は電源とつながるので電気量に変化し、その電気量は再び C_1V になる。

スイッチを再び b 側にすると、 C_1 と C_2 の導線でつながった極板が等電位になる。

このときの極板間の電圧を V' とすると、電気量保存則より、

$$C_1V + \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}V = (C_1+C_2)V' \quad \therefore V' = \frac{C_1(C_1+2C_2)}{(C_1+C_2)^2}V$$

スイッチの切り替えを繰り返したとき

スイッチを a 側にする。

↓

左のコンデンサーの電荷が C_1V になる。

↓

スイッチを b 側にする。

↓

左のコンデンサーの電荷 C_1V の一部が右のコンデンサーに移動し、右のコンデンサーの電荷が増加する。

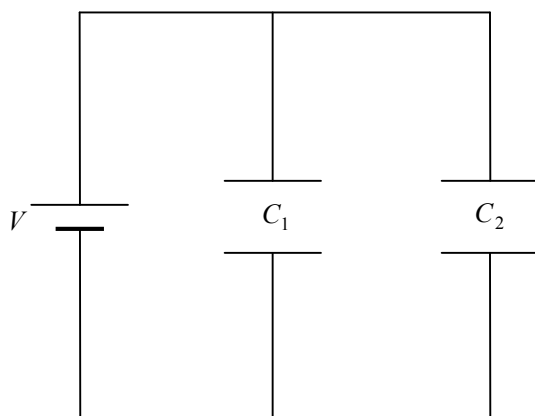
このとき左のコンデンサーの電荷が減少するので、電圧が V より低くなる。

この電圧を V_{n+1} とすると、電荷が移動する前の右のコンデンサーの電圧は V_n であり、左右のコンデンサーは電圧が等しいから、 $V > V_{n+1} > V_n$ の関係が成り立つ。

これより、スイッチの切り替えを繰り返すことにより、

スイッチを b 側にしたときのコンデンサーの電圧が限りなく V に近づいていく。

結局、下図の回路で充電したのと同じになる。



補足

電圧の極限值が V であることを定量的に証明すると、

$$\text{漸化式は, } C_1V + C_2V_n = (C_1 + C_2)V_{n+1}, \quad V_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2}V$$

$$V_{n+1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2}V_n + \frac{C_1}{C_1 + C_2}V \text{ より, } V_{n+1} - V = \frac{C_2}{C_1 + C_2}(V_n - V)$$

$$\begin{aligned} V_n - V &= \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^{n-1} (V_1 - V) \\ &= \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^{n-1} \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}V - V \right) \\ &= \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^{n-1} \left(-\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right) V \end{aligned}$$

$$\therefore V_n = V \left\{ 1 - \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^n \right\}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^n = 0 \text{ より, } \lim_{n \rightarrow \infty} V_n = V$$

26

はじめの状態 (スイッチ K を閉じ, S を開いた状態)

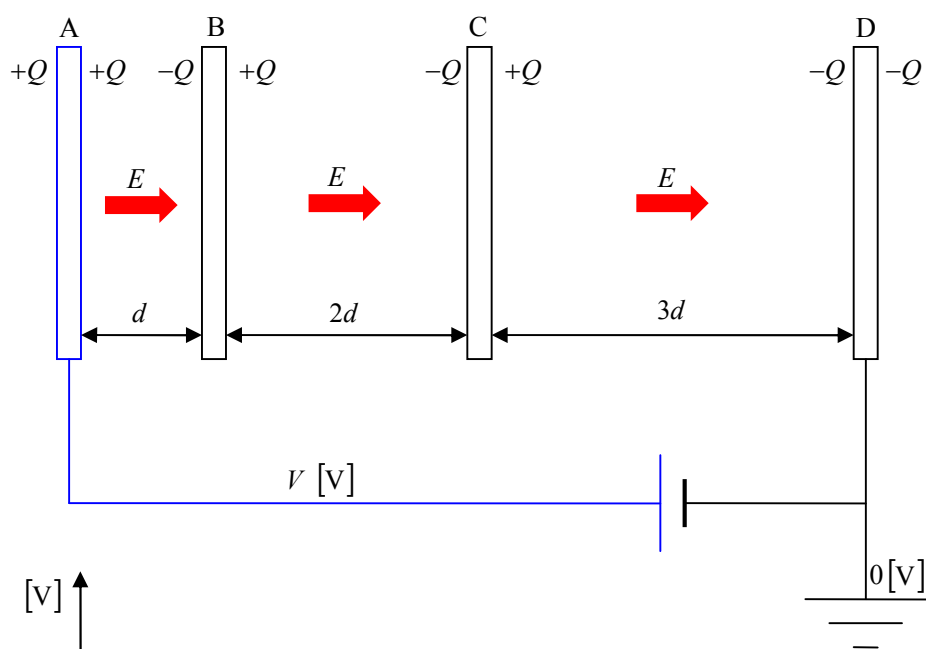
極板 A と極板 D の電荷は電池が電荷を運ぶ仕事による。

極板 B と極板 C の電荷は静電誘導による。

E は極板間の電界の強さである。

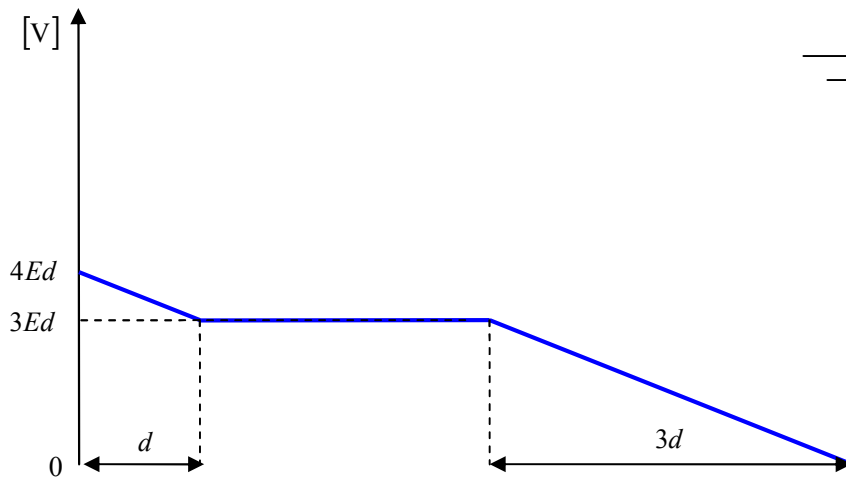
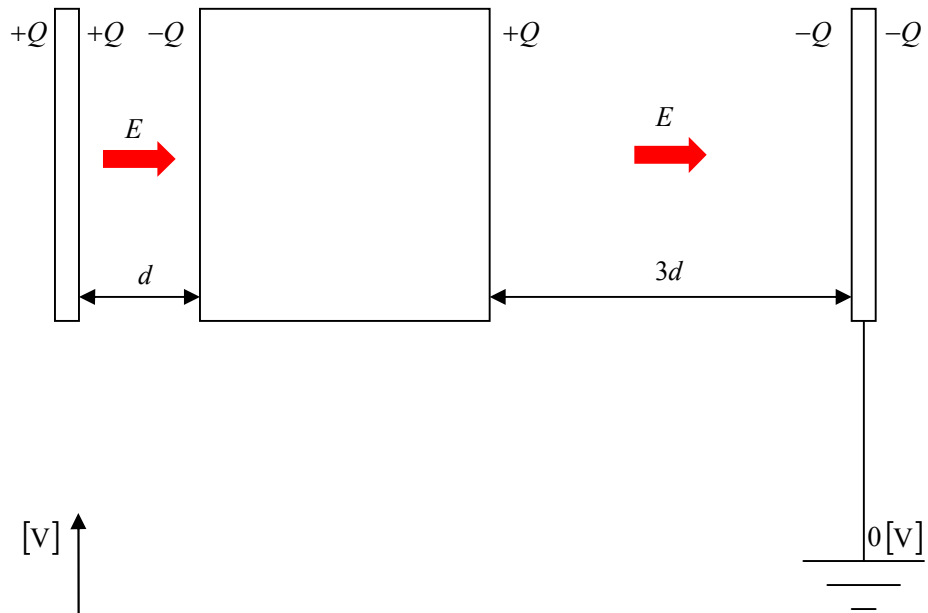
つまり, $+Q$ がつくる電界の強さ $\frac{E}{2}$ と $-Q$ がつくる電界の強さ $\frac{E}{2}$ の和である。

よって, $V = 6Ed$



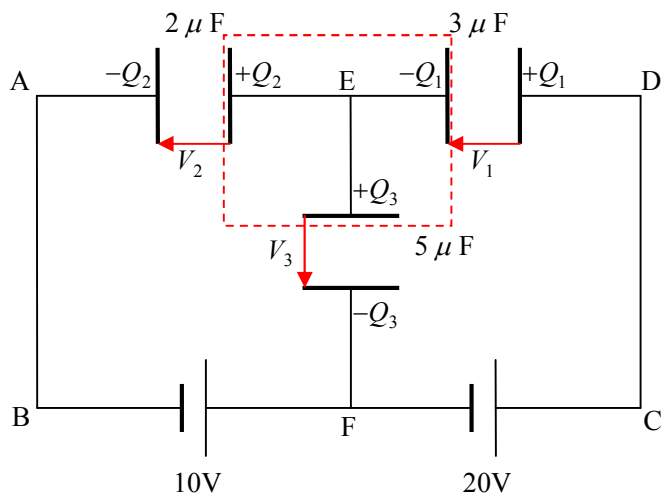
スイッチ K を開き, S を閉じた状態

電荷が変化しないから, 極板間の電界の強さは E のままである。



30

別解



図のような回路になったと仮定すると、

閉回路 ABFE と閉回路 FCDE について、キルヒホッフの第2法則より、

$$10 = -V_3 + V_2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$20 = V_1 + V_3 \quad \dots \textcircled{2}$$

赤色破線枠で囲まれた孤立部分について、電気量保存則より、 $-Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$

$$\text{よって、} -3V_1 + 2V_2 + 5V_3 = 0 \quad \dots \textcircled{3}$$

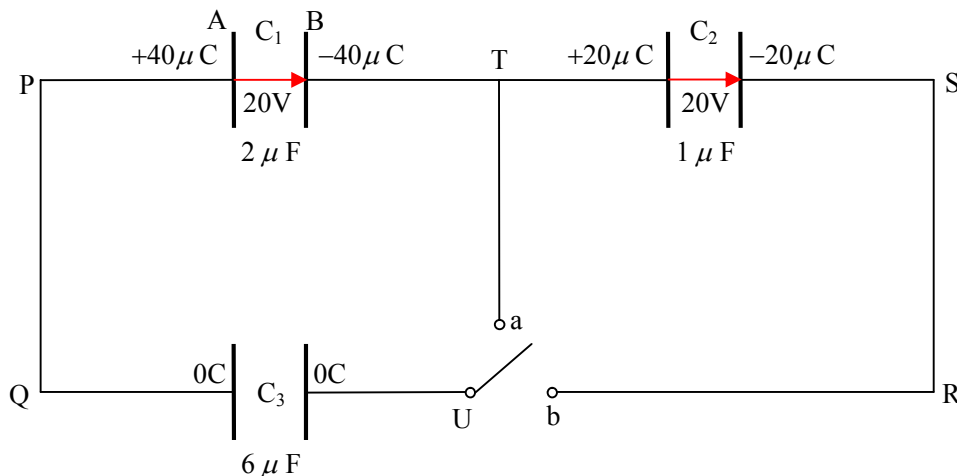
$$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{より、} V_1 = 16 \text{ V}, V_2 = 14 \text{ V}, V_3 = 4 \text{ V}$$

$$\text{これより、} Q_1 = 48 \mu\text{C}, Q_2 = 28 \mu\text{C}, Q_3 = 20 \mu\text{C}$$

33

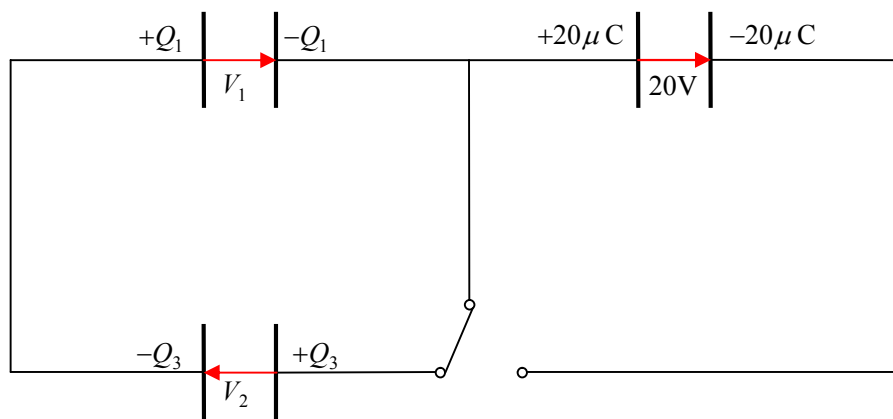
別解

最初の状態



スイッチを a に入れて十分時間がたったとき

コンデンサーC₂の極板の電荷は静電気力により引き付け合うため移動できない。



コンデンサーC₁とコンデンサーC₃に図のような電圧がかかったと仮定すると、閉回路 PQUT について、

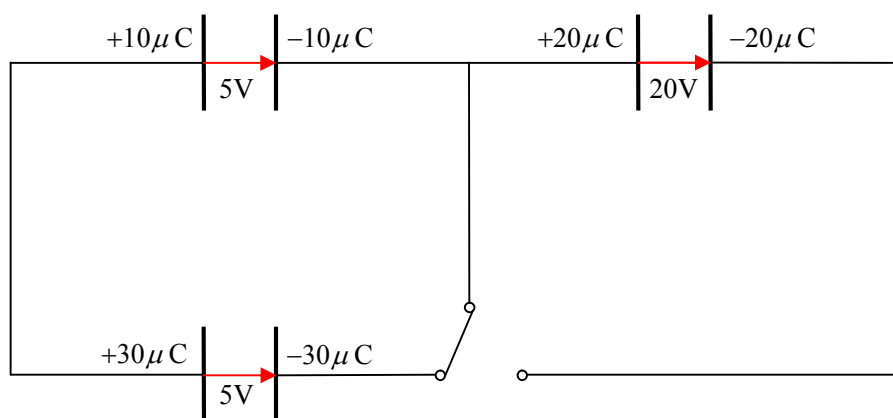
回路の起電力が 0 であるから、キルヒホッフ第 2 法則の式は、

$$V_1 + V_2 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

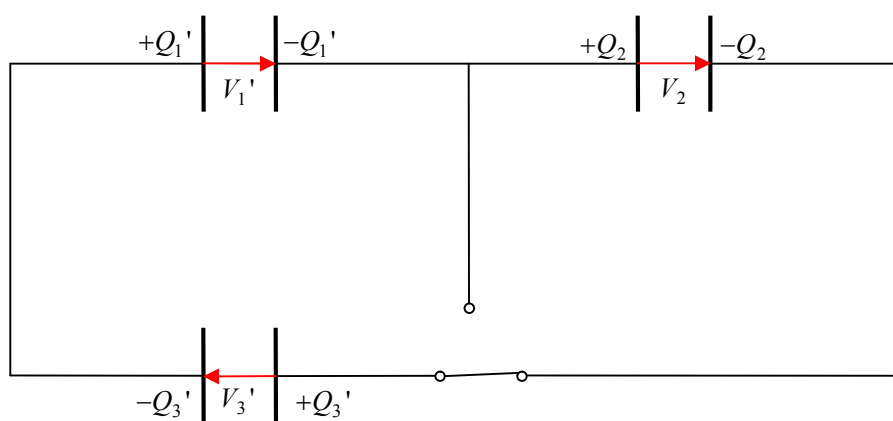
$$\text{電気量保存則より、} Q_1 + (-Q_3) = 40 \mu\text{C} \quad \therefore 2V_1 - 6V_2 = 40 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より、} V_1 = 5 \text{V}, V_2 = -5 \text{V}$$

よって、電圧と電荷は次図のようになる。



スイッチを b に入れ十分時間がたったとき



電圧が図のようになったと仮定すると、

回路の起電力が 0 であるから、キルヒホッフ第 2 法則の式は、

$$V_1' + V_2 + V_3' = 0 \quad \dots \textcircled{3}$$

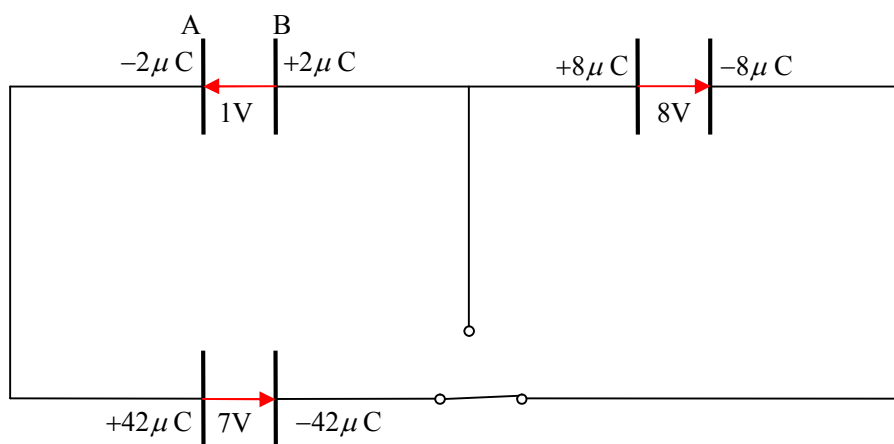
電気量保存則より、

$$Q_1' + (-Q_3') = 40\mu\text{C} \text{ より, } 2V_1' - 6V_3' = 40 \quad \therefore V_1' - 3V_3' = 20 \quad \dots \textcircled{4}$$

$$-Q_1' + Q_2 = 10\mu\text{C} \text{ より, } -2V_1' + V_2 = 10 \quad \dots \textcircled{5}$$

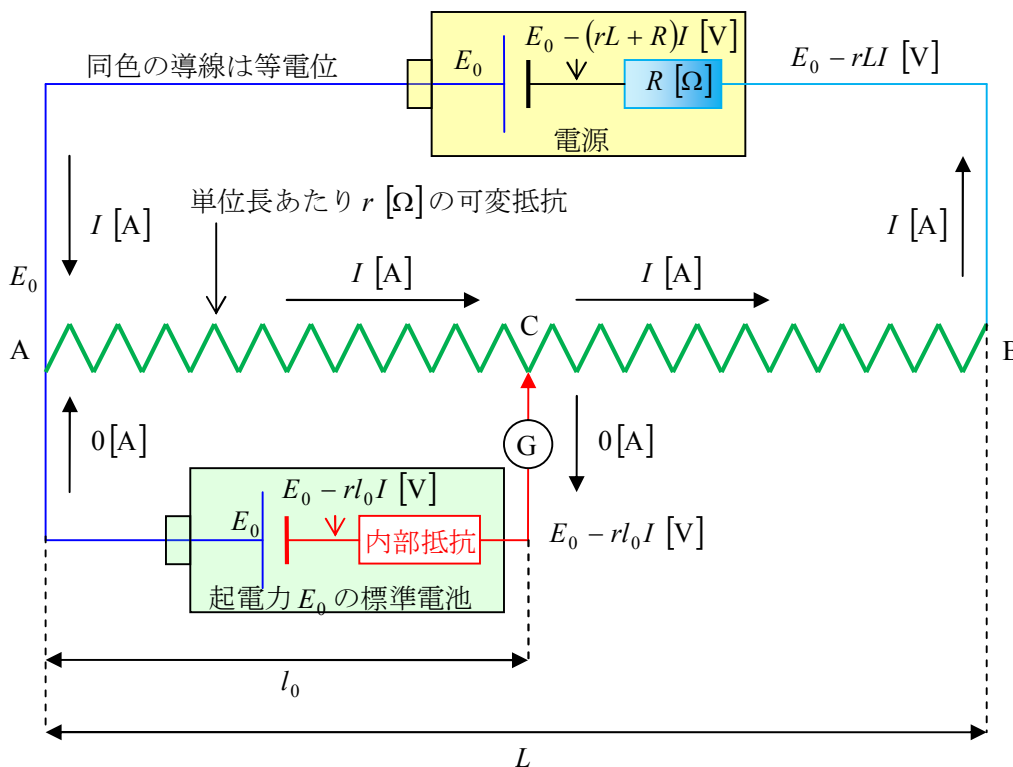
$$\textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ より, } V_1' = -1\text{V}, V_2 = 8\text{V}, V_3' = -7\text{V}$$

よって、回路は次図のようになる。



電位差計の原理

電位差計に起電力 E_0 の標準電池をつなぎ、標準電池の負極と可変抵抗の間の電流を検流計で検知していると、可変抵抗の C 点で検流計 G の針が振れなくなったとする。すなわち標準電池を流れる電流が 0 になったとする。



- 標準電池の正極の電位を E_0 とすると、
電源の正極と標準電池の正極が導線で継っているから電源の正極の電位も E_0 である。
(ただの E でもよいが、煩雑さを避ける目的で標準電池の起電力 E_0 を採用した)
- 電池を流れる電流が 0 だから、可変抵抗を流れる電流は電源の電流 I のみである。
- 電池を流れる電流が 0 だから、内部抵抗での電位降下は 0 である。
(電流が流れていない抵抗はただの導線と同じ)
したがって、電池の負極の電位は C 点の電位と等しい。
- AC 間の長さが l_0 だったとすると、AC 間の電位降下は rl_0I である。

より、電池の負極の電位 = $E_0 - rl_0I$

よって、標準電池の起電力 = $E_0 - (E_0 - rl_0I) = rl_0I$

これと標準電池の起電力 = E_0 より、 $E_0 = rl_0I$

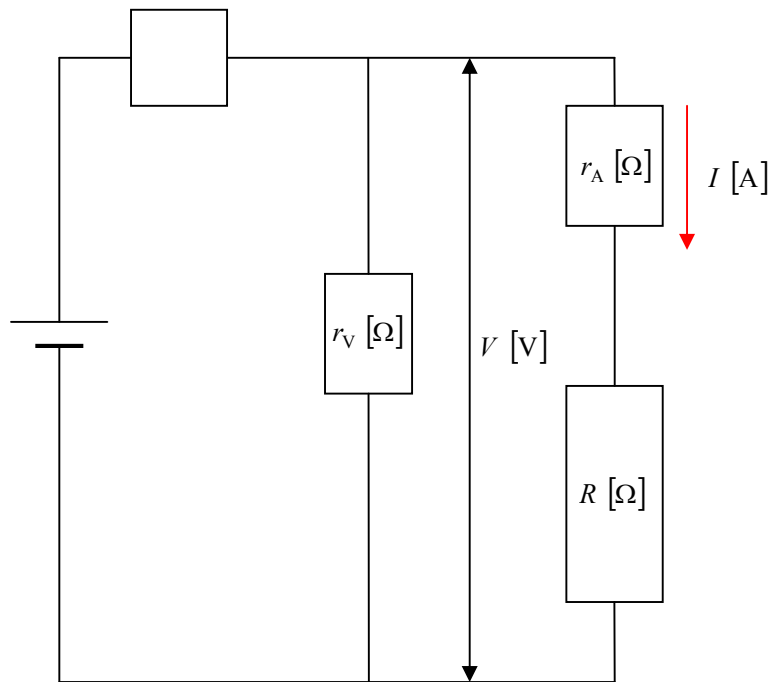
同様にして調べた試験電池の起電力が $E_s = rl_sI$ だったとすると、

$$\frac{E_s}{E_0} = \frac{rl_sI}{rl_0I} \text{ より、 } E_s = \frac{l_s}{l_0} E_0$$

ついでに、図より、電源の電池の起電力は、 $E_0 - \{E_0 - (rL + R)I\} = (rL + R)I$ となる。

47

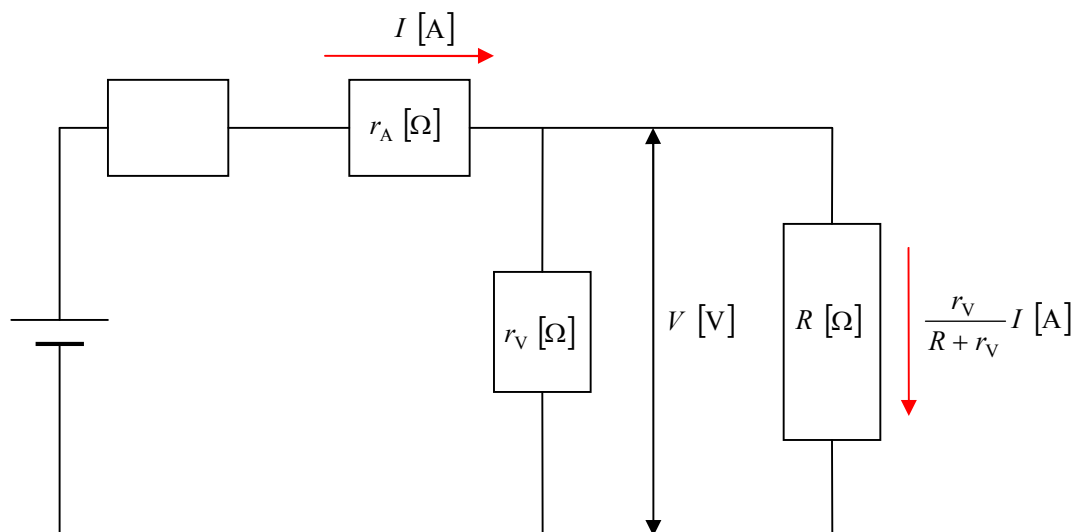
☒ a



電流計内部抵抗 r_A と抵抗 R が直列だから、 $V = I(R + r_A)$

よって、計器の表示値から求めた抵抗 R の測定値 $R' = \frac{V}{I} = R + r_A \quad \therefore R' = R + r_A$

図 b



電圧計と抵抗 R を流れる電流の比は、抵抗の逆比と等しいから、

$$\text{抵抗 } R \text{ を流れる電流} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r_V}} \times I = \frac{r_V}{R + r_V} I \quad \therefore V = R \times \frac{r_V}{R + r_V} I$$

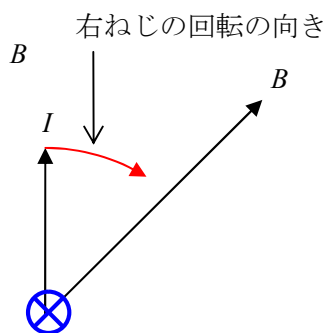
$$\text{よって、計器の表示値から求めた抵抗 } R \text{ の測定値 } R' = \frac{V}{I} = \frac{Rr_V}{R + r_V} \quad \therefore R' = \frac{Rr_V}{R + r_V}$$

59

電磁力の向きはフレミングの左手の法則からのみならず、
右ねじを I から B へ回転させたときのねじの進む向きからも求められる。

(4)

I と B の向きはいずれも紙面上での向きだから、

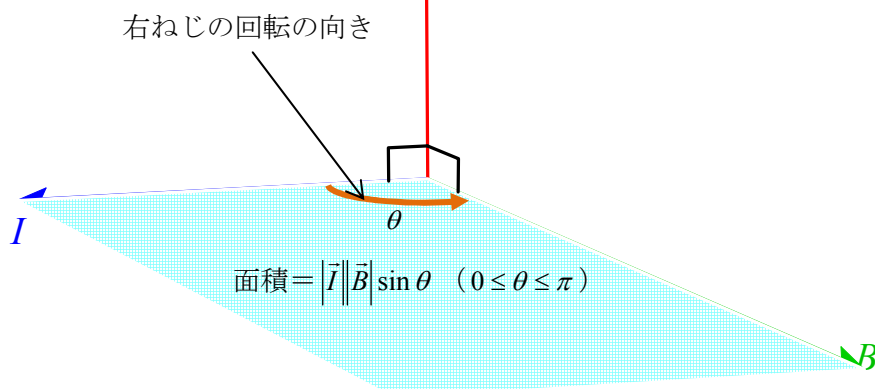


電磁力の向き (右ねじが進む向き)

$$|\vec{F}| = L|\vec{I}||\vec{B}|\sin\theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

L は磁界中の導線の長さ

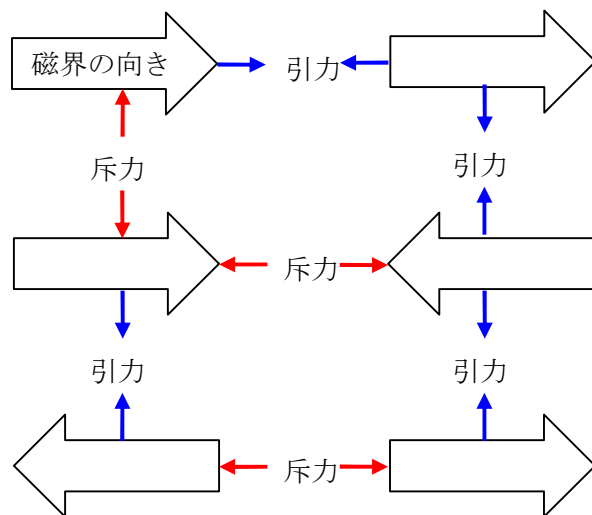
電磁力の向き (右ねじが進む向き)



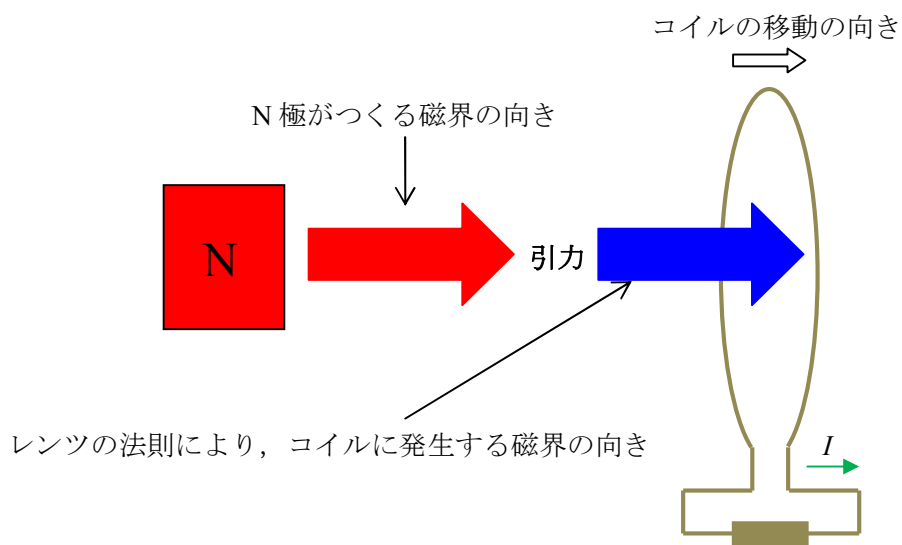
$$\text{面積} = |\vec{I}||\vec{B}|\sin\theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

66

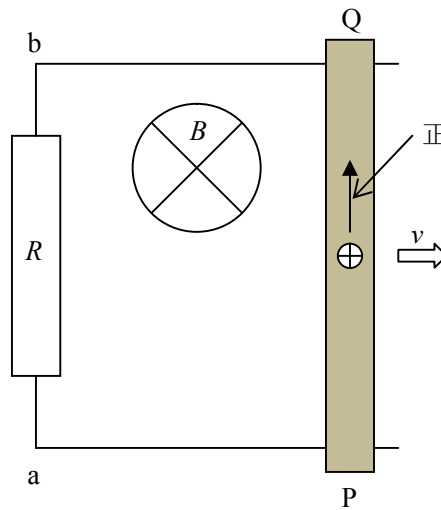
磁界の向きと斥力・引力



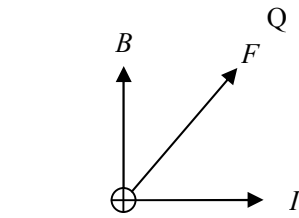
(2)



p75 Ex 1

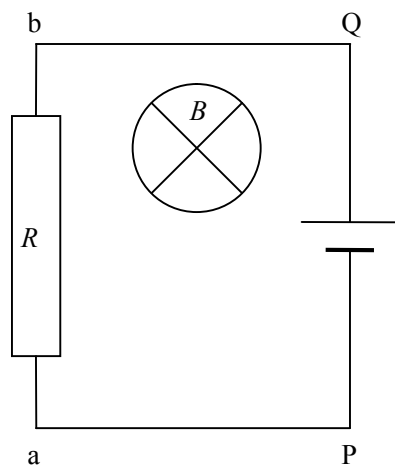


正電荷が受けるローレンツ力



ローレンツ力と電磁力

v の向きは正電荷がつくる電流の向きと見なせるから、
正電荷が受ける電磁力の向きは Q の向きとなる。



起電力 vBI の電池

ローレンツ力により正電荷が Q へ移動するから、
 Q が高電位で起電力（電流が流れていない電池の両極の電位差） vBI の電池ができる。

p80 相互誘導

公式 $V_2 = -M \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$ について

2つのコイルを並べ、片方のコイル（1次コイル）に流す電流 I_1 を ΔI_1 変化させる。

↓

I_1 によってつくられる磁界の磁束密度 B_1 が $\Delta B_1 = \mu n_1 \Delta I_1$ ……① 変化する。

(n_1 は1次コイルの単位長あたりの巻き数, μ は透磁率)

↓

もう片方のコイル（2次コイル）の断面積を S_2 とすると、

2次コイルを貫く磁束 Φ は、 $\Delta \Phi = \Delta B_1 S_2$ ……② 変化する。

よって、①、②より、 $\Delta \Phi = \mu n_1 S_2 \Delta I_1$ ……③

1次コイルがつくる磁界により2次コイルに生じる相互誘導起電力を V_2 、

2次コイルの巻き数を N_2 とすると、ファラデーの電磁誘導の法則より、 $V_2 = -N_2 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$

これに③を代入すると、 $V_2 = -N_2 \frac{\mu n_1 S_2 \Delta I_1}{\Delta t} \therefore V_2 = -\mu n_1 N_2 S_2 \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$

ここで、 $M = \mu n_1 N_2 S_2$ とおくと、 $V_2 = -M \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$ (M は相互インダクタンス, 単位は H)

p81 自己誘導

公式 $V = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$ について

コイルに流す電流 I を ΔI 変化させる。

↓

コイルを貫く磁束密度 B が $\Delta B = \mu n \Delta I$ ……④ 変化する。

(n はコイルの単位長あたりの巻き数, μ は透磁率)

↓

コイルの断面積を S とすると、磁束 Φ が $\Delta \Phi = \Delta B S$ ……⑤ 変化する。

よって、④、⑤より、 $\Delta \Phi = \mu n S \Delta I$ ……⑥

自己誘導起電力を V 、コイルの巻き数を N とすると、

ファラデーの電磁誘導の法則より、 $V = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$

これに⑥を代入すると、 $V = -N \frac{\mu n S \Delta I}{\Delta t} \therefore V = -\mu n N S \frac{\Delta I}{\Delta t}$

ここで、 $L = \mu n N S$ とおくと、 $V = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$

相互誘導起電力と自己誘導起電力が発生する場合

2つのコイル A とコイル B を並べ、

コイル A を流れる電流を I_A 、その電流変化を ΔI_A

コイル B を流れる電流を I_B 、その電流変化を ΔI_B 、

コイル A, B に発生する誘導起電力をそれぞれ V_A 、 V_B 、

コイル A, B の自己インダクタンスをそれぞれ L_A 、 L_B

コイル A, B による相互インダクタンスをそれぞれ M_A 、 M_B とすると、

V_A = コイル A の自己誘導起電力 + コイル B による相互誘導起電力

V_B = コイル B の自己誘導起電力 + コイル A による相互誘導起電力

より、

$$V_A = -L_A \frac{\Delta I_A}{\Delta t} - M_B \frac{\Delta I_B}{\Delta t}$$

$$V_B = -L_B \frac{\Delta I_B}{\Delta t} - M_A \frac{\Delta I_A}{\Delta t}$$