

くし形コンデンサー

図のように、面積が S で同じ形の 4 枚の導体平板 I, II, III, IV を互いに平行に並べ、I と III, II と IV をそれぞれ導線で接続する。

I と II の間隔および III と IV の間隔は D , II と III の間隔は d である。

このような構造の電極を櫛形電極くしでんきょくという。

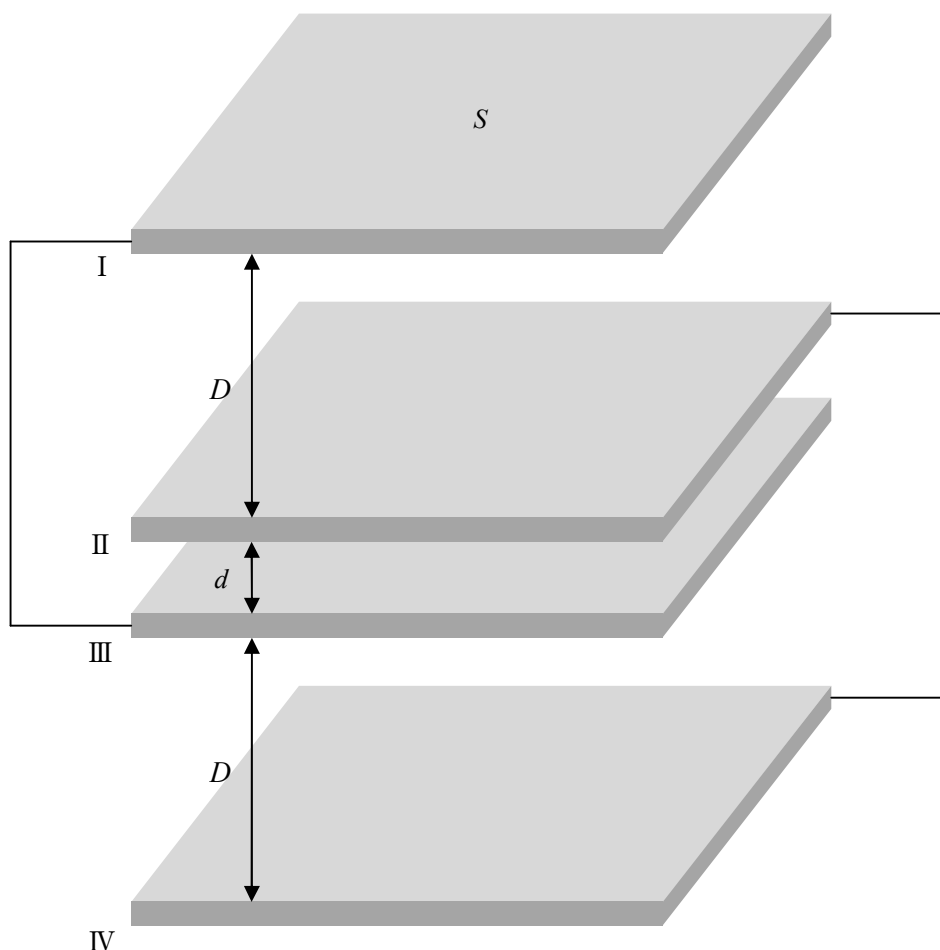
平板の端や導線による電界の乱れは無視できるものとする。

I と III の電荷の合計と、II と IV の電荷の合計は、互いに逆符号で同じ大きさである。

導体平板間は真空であり、真空の誘電率を ϵ_0 とする。

I の II に面した側の表面にある電荷を $Q (> 0)$ とするとき、I と II の間の電界の大きさは $\boxed{\text{(ア)}}$ である。II と III の間の電界の大きさは $\boxed{\text{(イ)}}$ であるから、II の III に面した側の表面にある電荷は $\boxed{\text{(ウ)}}$ である。さらに III の IV に面した側の表面にある電荷は $\boxed{\text{(エ)}}$ である。以上より、I と III を一方の極板とし、II と IV を他方の極板としたコンデンサーの電気容量は $\boxed{\text{(オ)}}$ となる。

(2012 慶応義塾大学・理工学部)



解答

$$(ア) \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

解説

求める電界を大きさを $E_{I \text{ II}}$ とすると,

$$\text{極板間の電圧} = E_{I \text{ II}} \cdot D, \text{ 電気容量} = \frac{\varepsilon_0 S}{D} \text{ より, } Q = \frac{\varepsilon_0 S}{D} \cdot E_{I \text{ II}} \cdot D \quad \therefore E_{I \text{ II}} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

$$(イ) \frac{QD}{\varepsilon_0 Sd}$$

解説

I と III, II と IV は等電位であるから, I と II の電圧と III と II の電圧は等しい。

よって, II と III の間の電界の大きさを $E_{III \text{ II}}$ とすると, $E_{I \text{ II}} \cdot D = E_{III \text{ II}} \cdot d$,

$$\text{これと } E_{I \text{ II}} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} \text{ より, } E_{III \text{ II}} = \frac{QD}{\varepsilon_0 Sd}$$

$$(ウ) -\frac{QD}{d}$$

解説

$$\text{III に対する II の電位} = -E_{III \text{ II}} \cdot d = -\frac{QD}{\varepsilon_0 S}, \text{ 電気容量} = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \text{ より,}$$

$$\text{求める電荷は, } \frac{\varepsilon_0 S}{d} \cdot \left(-\frac{QD}{\varepsilon_0 S} \right) = -\frac{QD}{d}$$

$$(エ) Q$$

解説

I と II を極板とするコンデンサーと電気容量, 電圧が同じだから,

電荷も I の II に面した側の表面にある電荷 Q に等しい。

$$(オ) \varepsilon_0 S \left(\frac{2}{D} + \frac{1}{d} \right)$$

解説

$$\text{図より, 極板間の電圧} = \frac{QD}{\varepsilon_0 S}, \text{ 蓄えられた電気量} = 2Q + \frac{QD}{d} \text{ より,}$$

$$\text{電気容量} = \frac{2Q + \frac{QD}{d}}{\frac{QD}{\varepsilon_0 S}} = \varepsilon_0 S \left(\frac{2}{D} + \frac{1}{d} \right)$$

