

189 理想気体の真空中への膨張**理想気体分子 1 個がもつ運動エネルギー**

アボガドロ数を N_A とすると、気体分子 1 個の物質量は $\frac{1}{N_A}$ mol だから、

理想気体分子の運動の自由度を f とすると、 $\frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{1}{N_A} \cdot \frac{f}{2} RT$

これを $\frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{f}{2} \frac{R}{N_A} RT$ と表し、 $k = \frac{R}{N_A}$ とおくと、 $\frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{f}{2} kT$

この k をボルツマン定数という。

補足 1

単原子分子の場合 $f = 3$

x, y, z 方向の運動ができるから自由度 3

直線状 2 原子分子の場合 $f = 5$

x, y, z 方向の運動の自由度 3

傾きの取り方（直線の回転）の自由度 2

棒状 2 原子分子の場合 $f = 6$

x, y, z 方向の運動の自由度 3

傾きの取り方（直線の回転）の自由度 2

棒の軸回転の自由度 1

であり、

定積モル比熱 $C_v = \frac{f}{2}$

補足 2

内部エネルギーは、

運動エネルギーと位置エネルギー（結合等の化学エネルギー）の和で与えられるが、
気体分子の場合、運動エネルギー \gg 位置エネルギーなので、

内部エネルギー = 運動エネルギー

としてよい。

(イ)

$$U = \frac{3}{2}nRT_1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$n = \frac{N}{N_A}, \quad k = \frac{R}{N_A} \text{ より, } n = \frac{Nk}{R} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } U = \frac{3}{2}NkT_1 \quad \dots \text{(答)}$$

(ロ)

$$\text{ピストンの変位を } \Delta l \text{ とすると, } W = F\Delta l = P_1S\Delta l = P_1V_1 \quad \dots \text{(答)}$$

(ハ)

移動後の内部エネルギー

=はじめの内部エネルギー+ピストンが気体にした仕事-気体が真空にした仕事

$$= \frac{3}{2}NkT_1 + P_1V_1 + 0$$

$$= \frac{3}{2}NkT_1 + nRT_1$$

$$= \frac{3}{2}NkT_1 + \frac{Nk}{R}RT_1$$

$$= \frac{5}{2}NkT_1 \quad \dots \text{(答)}$$

補足

気体は真空に対して膨張の仕事をするが、真空の圧力は0である。

ゆっくりと移動する過程における仕事はつり合いの力によるものだから、

気体が真空に対して仕事をするときの力の大きさは0である。

よって、気体が真空に対してする仕事は0である。

(ニ)

$$\frac{5}{2}NkT_1 = \frac{3}{2}NkT_2 \text{ より, } T_2 = \frac{5}{3}T_1 \quad \dots \text{(答)}$$

(ホ)

気体分子の場合、内部エネルギー=運動エネルギーとしてよい。

$$\text{よって, 運動エネルギーの増加} = \text{内部エネルギーの増加} = \frac{5}{2}NkT_1 - \frac{3}{2}NkT_1 = NkT_1$$

$$\text{ゆえに, 個々の気体分子の平均の運動エネルギーの増加} = \frac{NkT_1}{N} = kT_1 \quad \dots \text{(答)}$$