

$f(x) = \frac{r \sin x - b}{r \cos x - a}$  型の関数

$f(x) = \frac{r \sin x - b}{r \cos x - a}$  型の関数は、図形としてとらえることも重要である。

$f(x)$  の場合

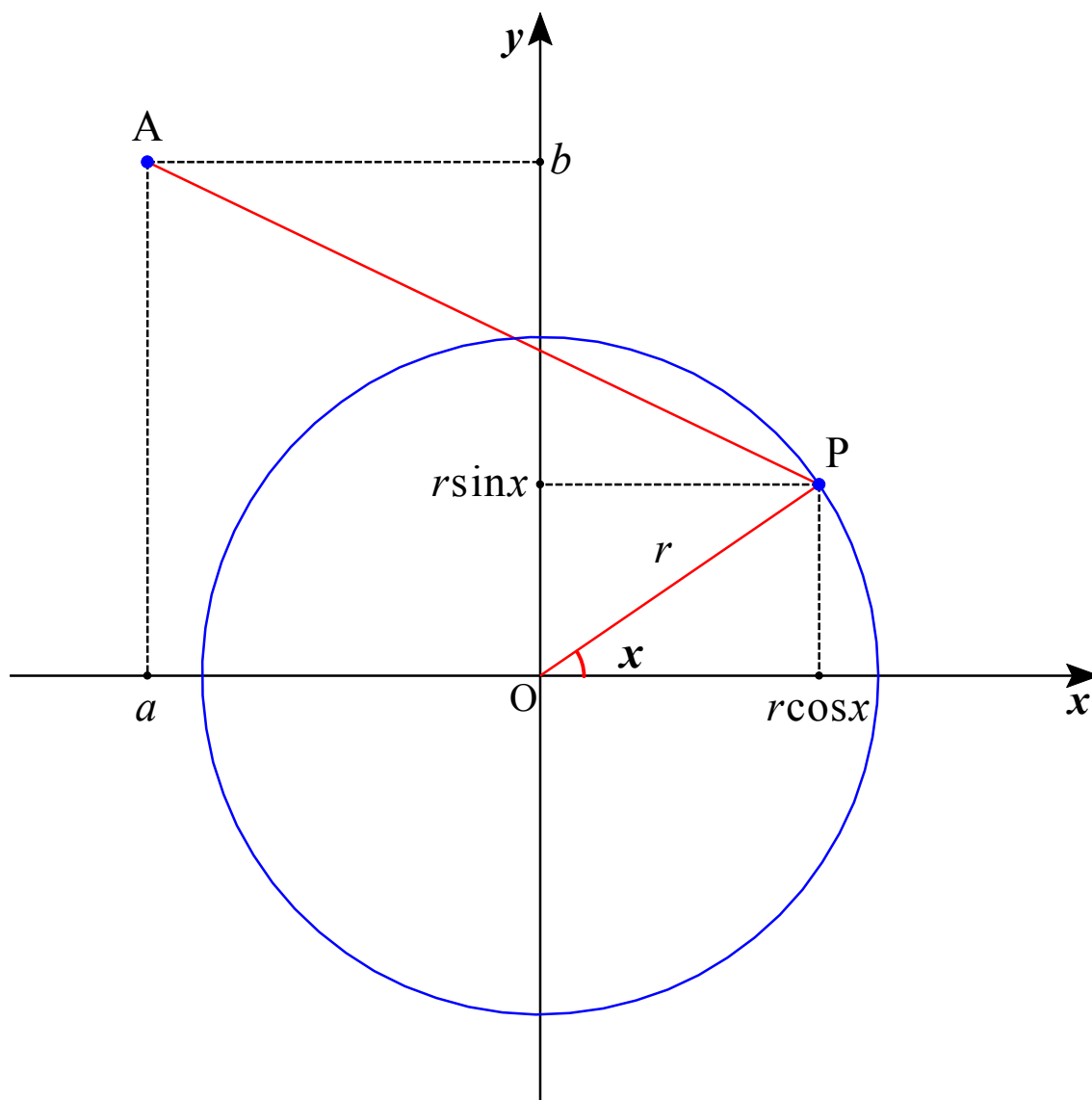
$A(a, b)$ ,  $P(r \cos x, r \sin x)$  とおくと、

点  $A$  は定点、点  $P$  は半径  $r$  の円周上の点を表す。

したがって、

$f(x)$  は点  $A$  から半径  $r$  の円周上の点  $P$  に引いた直線の傾きを表す。

この方法は、図形と方程式の問題や微分の問題の解説でよく別解として紹介される有名なテクニックなので覚えておくのが望ましい。



## 例題

関数  $f(x) = \frac{\sin x}{3 + \cos x}$  の最大値と最小値を求めよ。(日本女子大 理)

## 解

$A(-3, 0)$ ,  $P(\cos x, \sin x)$  とおくと、関数  $f(x)$  は直線  $AP$  の傾きを表す。

よって、図より、 $f(x)$  が最大または最小となるのは、

下図のような  $\angle P = 90^\circ$  の直角三角形  $AOP$  ができるときである。

$f(x)$  が最大するとき、直角三角形  $AOP$  の点  $P$  は第 3 象限にあり、

$AP$  の傾き、すなわち  $f(x)$  の最大値は、 $\frac{OP}{AP} = \frac{1}{\sqrt{OA^2 - OP^2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

同様にして、最小値は、 $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$

