

逆行列をもたない行列

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が逆行列をもたないとする、 $ad - bc = 0$ より、 $ad = bc$

 a, b, c, d の少なくとも1つが0の場合

文字は0でない実数

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c & d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & b \\ 0 & d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ b & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & d \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

 a, b, c, d のいずれも0でない実数の場合

$ad = bc$ より、0でない実数 k, l を用いて、 $\frac{b}{a} = \frac{d}{c} = k$ または $\frac{c}{a} = \frac{d}{b} = l$ と表せるから、

$$\begin{pmatrix} a & ka \\ c & kc \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ la & ld \end{pmatrix}$$