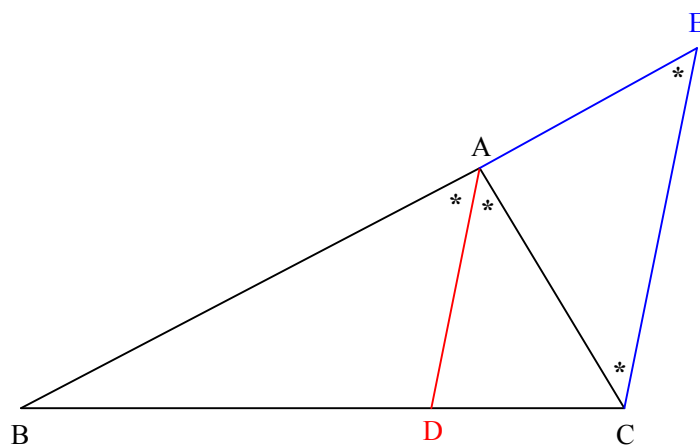


三角形の角の二等分線と比

三角形の内角の二等分線と比

$\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と点 BC との交点 D は、辺 BC を $AB : AC$ に内分する。

すなわち $BD : DC = AB : AC$



証明

点 C を通り AD と平行な直線と直線 AB の交点を E とすると、

$AD \parallel EC$ より、 $\angle CAD = \angle ACB$ 、 $\angle BAD = \angle AEC$

これと $\angle BAD = \angle CAD$ より、 $\angle ACE = \angle AEC$

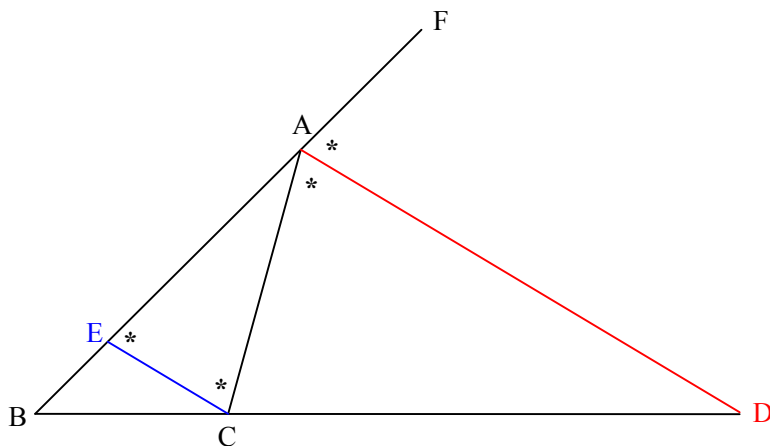
よって、 $AE = AC$ ……①

また、平行線と線分の比より、 $BD : DC = BA : AE$ ……②

ゆえに、①と②より、 $BD : DC = AB : AC$

三角形の外角の二等分線と比

$AB \neq AC$ である $\triangle ABC$ の頂点 A における外角の二等分線と直線 BC との交点 D は、辺 BC を $AB : AC$ に外分する。



証明

$AB = AC$ のとき

頂点 A における外角の二等分線と半直線 BA のなす角と $\angle B$ は同位角の関係にあり、 $AB = AC$ のとき、これら 2 つの角の大きさが等しくなる。

よって、頂点 A における外角の二等分線は直線 BC と平行となり、交わらない。

$AB \neq AC$ のとき

点 C を通り AD と平行な直線と辺 AB の交点を E とすると、

$AD \parallel EC$ より、 $\angle CAD = \angle ACE$ 、 $\angle FAD = \angle AEC$

これと $\angle CAD = \angle FAD$ より、 $\angle ACE = \angle AEC$

よって、 $AE = AC$ ……①

また、平行線と線分の比より、 $BD : DC = BA : AE$ ……②

ゆえに、①と②より、 $BD : DC = AB : AC$