関数の平行移動・対称移動・回転移動

1．関数の平行移動

点 $A(x,\ y)$ を x 軸方向に p， y 軸方向に q 移動した点を $B(X,\ Y)$ とすると，

$(X,\ Y)=(x+p,\ y+q)$ より， $(x,\ y)=(X-p,\ Y-q)$

点 A が $y=f(x)$ 上の点の場合

$(x,\ y)=(X-p,\ Y-q)$ より，点 B は $Y-q=f(X-p)$ を満たす。

すなわち点 B は $y=f(x-p)+q$ 上の点である。

点 A が $f(x,\ y)=0$ 上の点の場合

$(x,\ y)=(X-p,\ Y-q)$ より，点 B は $f(X-p,\ Y-q)=0$ を満たす。

すなわち点 B は $f(x-p,\ y-q)=0$ 上の点である。

2．関数の対称移動

2-1．関数の，x 軸に関しての，対称移動

点 $A(x,\ y)$ を x 軸に関して対称移動した点を $B(X,\ Y)$ とすると，

$(X,\ Y)=(x,\ -y)$ より， $(x,\ y)=(X,\ -Y)$

点 A が $y=f(x)$ 上の点の場合

$(x,\ y)=(X,\ -Y)$ より，点 B は $-Y=f(X)$ を満たす。

すなわち点 B は $y=-f(x)$ 上の点である。

点 A が $f(x,\ y)=0$ 上の点の場合

$(x,\ y)=(X,\ -Y)$ より，点 B は $f(X,\ -Y)=0$ を満たす。

すなわち点 B は $f(x,\ -y)=0$ 上の点である。

2-2．関数の，y 軸に関しての，対称移動

点 $A(x,\ y)$ を x 軸に関して対称移動した点を $B(X,\ Y)$ とすると，

$(X,\ Y)=(-x,\ y)$ より， $(x,\ y)=(-X,\ Y)$

点 A が $y=f(x)$ 上の点の場合

$(x,\ y)=(-X,\ Y)$ より，点 B は $Y=f(-X)$ を満たす。

すなわち点 B は $y=f(-x)$ 上の点である。

点 A が $f(x,\ y)=0$ 上の点の場合

$(x,\ y)=(-X,\ Y)$ より，点 B は $f(-X,\ Y)=0$ を満たす。

すなわち点 B は $f(-x,\ y)=0$ 上の点である。

2-3．関数の，y 軸に関しての，対称移動

点 $A(x,\ y)$ を x 軸に関して対称移動した点を $B(X,\ Y)$ とすると，

$(X,\ Y)=(-x,\ -y)$ より， $(x,\ y)=(-X,\ -Y)$

点 A が $y=f(x)$ 上の点の場合

$(x,\ y)=(-X,\ -Y)$ より，点 B は $-Y=f(-X)$ を満たす。

すなわち点 B は $y=-f(-x)$ 上の点である。

点 A が $f(x,\ y)=0$ 上の点の場合

$(x,\ y)=(-X,\ -Y)$ より，点 B は $f(-X,\ -Y)=0$ を満たす。

すなわち点 B は $f(-x,\ -y)=0$ 上の点である。

2-4．関数の，$y=x$ に関しての，対称移動

点 A$(x,\ y)$ を $y=x$ 軸に関して対称移動した点を B$(X,\ Y)$ とすると，

$(X,\ Y)=(y,\ x)$ より，$(x,\ y)=(Y,\ X)$

点 A が $y=f(x)$ 上の点の場合

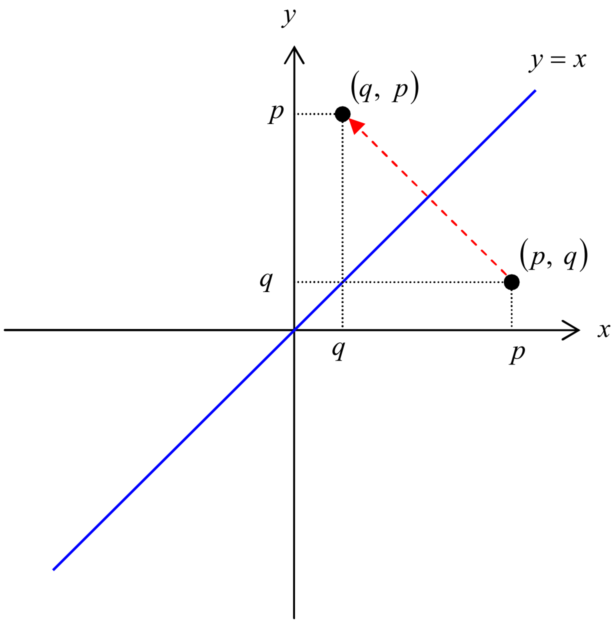
$(x,\ y)=(Y,\ X)$ より，点 B は $X=f(Y)$ を満たす。

すなわち点 B は $x=f(y)$ 上の点である。

点 A が $f(x,\ y)=0$ 上の点の場合

$(x,\ y)=(Y,\ X)$ より，点 B は $f(Y,\ X)=0$ を満たす。

すなわち点 B は $f(y,\ x)=0$ 上の点である。



3.　関数の回転移動

点 A$(x,\ y)$を原点 O を中心として角θだけ回転した点を B$(X,\ Y)$とすると，
A$(x,\ y)$は B$(X,\ Y)$を原点を中心として角$-\theta$だけ回転した点だから，

$(X,\ Y)=(r\cos\alpha,\ r\sin\alpha)$（$r=\mathrm{OB}=\sqrt{X^2+Y^2}$）とすると，

$$
\begin{aligned}
(x,\ y)&=(r\cos(\alpha-\theta),\ r\sin(\alpha-\theta))\\
&=(r\cos\alpha\cos\theta+r\sin\alpha\sin\theta,\ r\sin\alpha\cos\theta-r\cos\alpha\sin\theta)\\
&=(X\cos\theta+Y\sin\theta,\ -X\sin\theta+Y\cos\theta)
\end{aligned}
$$

点 A が $y=f(x)$上の点の場合
　$(x,\ y)=(X\cos\theta+Y\sin\theta,\ -X\sin\theta+Y\cos\theta)$より，
　点 B は$-X\sin\theta+Y\cos\theta=f(X\cos\theta+Y\sin\theta)$を満たす。
　すなわち点 B は$-x\sin\theta+y\cos\theta=f(x\cos\theta+y\sin\theta)$上の点である。

点 A が $f(x,\ y)=0$ 上の点の場合
　$(x,\ y)=(X\cos\theta+Y\sin\theta,\ -X\sin\theta+Y\cos\theta)$より，
　点 B は $f(X\cos\theta+Y\sin\theta,\ -X\sin\theta+Y\cos\theta)=0$ を満たす。
　すなわち点 B は $f(x\cos\theta+y\sin\theta,\ -x\sin\theta+y\cos\theta)=0$ 上の点である。