

指数関数と対数関数が互いに逆関数であることを利用した置き換え

置き換え 1 :  $x = \log_a a^x$

$$x \begin{array}{c} \xrightarrow{a^x} \\ \xleftarrow{\log_a y} \end{array} y$$

より,  $y = a^x$ ,  $x = \log_a y$

よって,

$$x = \log_a a^x$$

これはよく見かける置き換えであり, なんてことはない。

大事なものは, 置き換え 2 である。

置き換え 2 :  $x = a^{\log_a x}$

$$x \begin{array}{c} \xrightarrow{\log_a x} \\ \xleftarrow{a^y} \end{array} y$$

より,  $y = \log_a x$ ,  $x = a^y$

よって,

$$x = a^{\log_a x}$$

特に数学Ⅲの積分において, この置き換えは重要である。

例

$$p = a^{\log_a p}$$

$$p = e^{\log p}$$

$$p^q = a^{\log_a p^q} = a^{q \log_a p}$$

$$p^q = e^{\log p^q} = e^{q \log p}$$