パラメーター曲線の描き方

パラメータ表示とは

ある点 P の位置と時間の関係を xy 平面上表すのがパラメーター表示の本分である。

したがって, 要素は時間 t と平面上の位置 (x, y) からなり, $(t, x, y) = (t, f(t), g(t))$ と表される。

よって, x と y は t の関数でなければならないが,

x と y の関係についてはどうでもいいので, y を x の式で表せるとは限らないのである。

補足

y が x の関数である場合 $(x, y) = (x, f(x))$ と表すのに,

パラメーター表示となると, $(t, x, y) = (t, f(t), g(t))$ とは表さず,

要素 t を無視し, $(x, y) = (f(t), g(t))$ と表すことが多いので,

これを x と y の関数の関係 $(x, y) = (x, f(x))$ と区別して扱うこと。

増減（点の移動）を調べる前にすること

点 $(x, y) = (f(t), g(t))$ を座標平面上にいくつかとることでグラフの概形を描く。

増減（点の移動）を調べる。

x と y は t の関数であるから, x と y それぞれの増減について調べる必要がある。

x の増減については $\dfrac{dx}{dt}\left(= \dfrac{df(t)}{dt}\right)$ を調べる。

x 軸は右向きが正だから,

点の左右方向の移動の向きは, $\dfrac{dx}{dt} > 0$ なら右（$\rightarrow$）, $\dfrac{dx}{dt} < 0$ なら左（$\leftarrow$）,

また, 極大値（極小値）は左右方向の折り返し点 である。

y の増減については $\dfrac{dy}{dt}\left(= \dfrac{dg(t)}{dt}\right)$ を調べる。

y 軸は上向きが正だから, $\dfrac{dy}{dt} > 0$ なら上（$\uparrow$）, $\dfrac{dy}{dt} < 0$ なら下（$\downarrow$）,

また, 極大値（極小値）は上下方向の折り返し点である。

点の x 方向の移動と y 方向の移動を 1 つの表にまとめる。

たとえば，ある t において，

$\dfrac{dx}{dt}<0$ （←）かつ $\dfrac{dy}{dt}>0$ （↑）ならば，座標平面上の点の移動は左上向き（↖）である。

増減表の例

t		a		b		c	
dx/dt	＋	0	－	－	－	0	＋
x	→		←	←	←		→
dy/dt	＋	＋	＋	0	－	0	＋
y	↑	↑	↑		↓		↑
座標平面上	↗	↑	↖	←	↙		↗

右上　左上　左下　右上

$(f(a), g(a))$
x 方向の折り返し点

$(f(b), g(b))$
y 方向の折り返し点

$(f(c), g(c))$
両方向の折り返し点

各点における接線の傾き（変化率）を調べたい場合

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{\frac{dg(t)}{dt}}{\frac{df(t)}{dt}}$$ から求める。

x と y の間に関数関係が成立する場合

パラメーター表示は，x と y の間の関数関係を扱うものではないが，

x と y の間の関数関係が成立する場合もある。

このような場合は，

パラメーターを消去し，x と y の方程式をつくる方が早いことがよくある。