

パラメーター曲線の描き方

パラメータ表示とは

ある点 P の位置と時間の関係を xy 平面上表すのがパラメーター表示の本分である。
したがって、要素は時間 t と平面上の位置 (x, y) からなり、 $(t, x, y) = (t, f(t), g(t))$ と表される。
よって、 x と y は t の関数でなければならないが、
 x と y の関係についてはどうでもいいので、 y を x の式で表せるとは限らないのである。

補足

y が x の関数である場合 $(x, y) = (x, f(x))$ と表すのに、
パラメーター表示となると、 $(t, x, y) = (t, f(t), g(t))$ とは表さず、
要素 t を無視し、 $(x, y) = (f(t), g(t))$ と表すことが多いので、
これを x と y の関数の関係 $(x, y) = (x, f(x))$ と区別して扱うこと。

増減（点の移動）を調べる前にすること

点 $(x, y) = (f(t), g(t))$ を座標平面上にいくつかとることでグラフの概形を描く。

増減（点の移動）を調べる。

x と y は t の関数であるから、 x と y それぞれの増減について調べる必要がある。

x の増減については $\frac{dx}{dt} \left(= \frac{df(t)}{dt} \right)$ を調べる。

x 軸は右向きが正だから、

点の左右方向の移動の向きは、 $\frac{dx}{dt} > 0$ なら右 (\rightarrow)、 $\frac{dx}{dt} < 0$ なら左 (\leftarrow)、

また、極大値（極小値）は左右方向の折り返し点である。

y の増減については $\frac{dy}{dt} \left(= \frac{dg(t)}{dt} \right)$ を調べる。

y 軸は上向きが正だから、 $\frac{dy}{dt} > 0$ なら上 (\uparrow)、 $\frac{dy}{dt} < 0$ なら下 (\downarrow)、

また、極大値（極小値）は上下方向の折り返し点である。

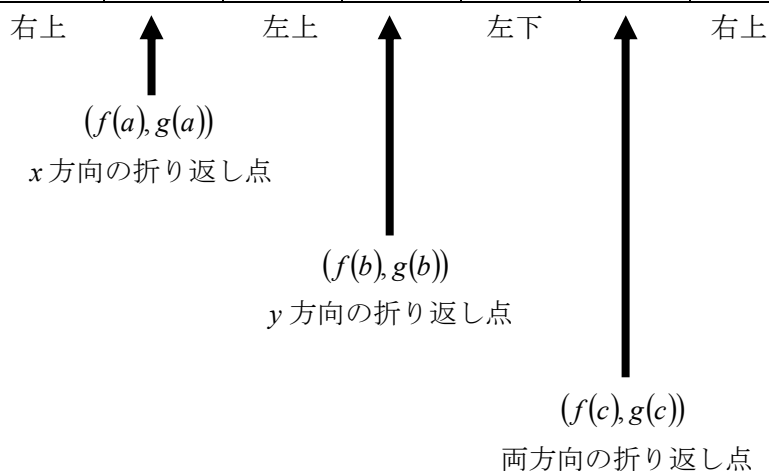
点の x 方向の移動と y 方向の移動を 1 つの表にまとめる。

たとえば, ある t において,

$\frac{dx}{dt} < 0$ (\leftarrow) かつ $\frac{dy}{dt} > 0$ (\uparrow) ならば, 座標平面上の点の移動は左上向き (\nwarrow) である。

増減表の例

t		a		b		c	
dx/dt	+	0	-	-	-	0	+
x	\rightarrow		\leftarrow	\leftarrow	\leftarrow		\rightarrow
dy/dt	+	+	+	0	-	0	+
y	\uparrow	\uparrow	\uparrow		\downarrow		\uparrow
座標平面上	\nearrow	\uparrow	\nwarrow	\leftarrow	\swarrow		\nearrow



各点における接線の傾き (変化率) を調べたい場合

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{dg(t)}{df(t)}$$

から求める。

x と y の間に関数関係が成立する場合

パラメーター表示は, x と y の間の関数関係を扱うものではないが,

x と y の間の関数関係が成立する場合もある。

このような場合は,

パラメーターを消去し, x と y の方程式をつくる方が早いことがよくある。