支払える金額

問題

次の場合，硬貨の一部または全部を使って，支払うことができる金額は何通りあるか。

(1) 10 円硬貨 2 枚，50 円硬貨 3 枚，100 円硬貨 3 枚

(2) 10 円硬貨 7 枚，50 円硬貨 1 枚，100 円硬貨 3 枚

4STEP 数学 A　現行課程版 34(2) (3), 新課程版 23(2) (3)

解法 1：具体的解法

(1)

50 円硬貨と 100 円硬貨を使って支払える金額

0 円，50 円，100 円，150 円，200 円，250 円，300 円，350 円，400 円，450 円

これに 10 円硬貨を加えると，

50 円硬貨と 100 円硬貨を使って支払った金額が 0 円のとき

10 円，20 円

50 円硬貨と 100 円硬貨を使って支払った金額が 50 円のとき

50 円，60 円，70 円

50 円硬貨と 100 円硬貨を使って支払った金額が 100 円のとき

100 円，110 円，120 円

50 円硬貨と 100 円硬貨を使って支払った金額が 150 円のとき

150 円，160 円，170 円

50 円硬貨と 100 円硬貨を使って支払った金額が 200 円のとき

200 円，210 円，220 円

50 円硬貨と 100 円硬貨を使って支払った金額が 250 円のとき

250 円，260 円，270 円

50 円硬貨と 100 円硬貨を使って支払った金額が 300 円のとき

300 円，310 円，320 円

50 円硬貨と 100 円硬貨を使って支払った金額が 350 円のとき

350 円，360 円，370 円

50 円硬貨と 100 円硬貨を使って支払った金額が 400 円のとき

400 円，410 円，420 円

50 円硬貨と 100 円硬貨を使って支払った金額が 450 円のとき

450 円，460 円，470 円

よって，29 通り　・・・(答)

(2)

10 円硬貨で支払える金額 10 円，20 円，30 円，40 円，50 円，60 円，70 円

これに 50 円硬貨を加えると，さらに，80 円，90 円，100 円，110 円，120 円支払える。

100 円硬貨をさらに加えると，10 円単位で 10 円から 420 円まで支払える。

よって，42 通り　・・・(答)

解法 2：商と余りの関係による解法

10 円硬貨の枚数を x，50 円硬貨の枚数を y，100 円硬貨の枚数を z とすると，

支払える金額は $10x+50y+100z$ と表せる。

簡単のため，$10x+50y+100z=10(x+5y+10z)$ より，

$x+5y+10z$ の取りうる値について考える。

$x+5y+10z=5(y+2z)+x$ より，$x+5y+10z$ は $x+5y+10z$ を 5 で割ったときの商 $y+2z$ と余り x の関係に帰結して考えることができる。

(1)

$0\leq y\leq 3$，$0\leq z\leq 3$ より，$y+2z$ は 0 以上 9 以下の連続した整数値をとることができる。

よって，商は 10 通り

また，$0\leq x\leq 2$ より，それぞれの商の余りは，0,1,2 の 3 通り

よって，$x+5y+10z$ で表せる整数は全部で $10\times 3=30$ 通り

「硬貨の一部または全部を使って」とあるから，

$x=y=z=0$ の場合，すなわち $x+5y+10z=0$ の場合を除くことにより，

支払うことができる金額は 29 通り　・・・(答)

(2)

$0\leq y\leq 1$，$0\leq z\leq 3$ より，商 $y+2z$ は，$0\leq y+2z\leq 7$ を満たす連続した整数の 8 通り

$0\leq x\leq 4$ のとき支払える金額について

それぞれの商の余りは，0,1,2,3,4 の 5 通り

よって，$x+5y+10z$ で表せる整数は全部で $8\times 5=40$ 通り

「硬貨の一部または全部を使って」とあるから，

$x=y=z=0$ の場合，すなわち $x+5y+10z=0$ の場合を除くことにより，

このとき支払うことができる金額は 39 通り

$5\leq x\leq 7$ のときさらに支払える金額について

$x=$ **5**+0，**5**+1，**5**+2 より，商にさらに 8 が加わることになる。

このとき，余りは 0,1,2 の 3 通りだから，さらに支払える金額は 3 通り

よって，支払えることができる金額は $39+3=42$ 通り　・・・(答)