ジャンケンあいこの確率　5 人ジャンケンを例に

全事象

5 人それぞれがグー，チョキ，パーの 3 手のどれかを出すから，3^5 通り

解法 1：余事象の確率を利用

5 人でジャンケンしたときの結果を勝者の数で排反に分類すると，

4 人勝ち，3 人勝ち，2 人勝ち，1 人勝ち，あいこ（勝者なし）となる。

4 人勝ち（1 人負け）となる確率

どの 4 人が勝者かで ${}_5C_4$ 通り

勝つ手はグー（敗者はチョキ），チョキ（敗者はパー），パー（敗者はグー）の 3 通り

よって，その確率は $\dfrac{{}_5C_4\times 3}{3^5}=\dfrac{{}_5C_4}{3^4}=\dfrac{5}{81}$

3 人勝ち（2 人負け）となる確率

どの 3 人が勝者かで ${}_5C_3$ 通り

勝つ手はグー（敗者はチョキ），チョキ（敗者はパー），パー（敗者はグー）の 3 通り

よって，その確率は $\dfrac{{}_5C_3\times 3}{3^5}=\dfrac{{}_5C_3}{3^4}=\dfrac{10}{81}$

2 人勝ち（3 人負け）となる確率

確率は，3 人勝ち（2 人負け）と同じだから，$\dfrac{{}_5C_3\times 3}{3^5}=\dfrac{{}_5C_3}{3^4}=\dfrac{10}{81}$

なぜならば,

どの 3 人が敗者かで ${}_5C_3$ 通り

負け手はグー（敗者はチョキ），チョキ（敗者はパー），パー（敗者はグー）の 3 通り

よって，その確率は $\dfrac{{}_5C_3\times 3}{3^5}=\dfrac{{}_5C_3}{3^4}$

1 人勝ち（4 人負け）となる確率

確率は，4 人勝ち（1 人負け）と同じだから，$\dfrac{{}_5C_4\times 3}{3^5}=\dfrac{{}_5C_4}{3^4}=\dfrac{5}{81}$

あいことなる確率

余事象の確率より，$1-\left(\dfrac{5}{81}+\dfrac{10}{81}+\dfrac{10}{81}+\dfrac{5}{81}\right)=\dfrac{51}{81}$

解法 2：直接求める場合

全員が同じ手であいこになる確率

全員がグー，全員がチョキ，全員がパーの 3 通り

よって，その確率は $\dfrac{3}{3^5}=\dfrac{1}{81}$

グー，チョキ，パーであいこになる確率

5 人をグー組，チョキ組，パー組に分けると，

グー組の人数	チョキ組の人数	パー組の人数	場合の数
2	2	1	${}_5C_2\cdot{}_3C_2\cdot{}_1C_1$
2	1	2	${}_5C_2\cdot{}_3C_2\cdot{}_1C_1$
1	2	2	${}_5C_2\cdot{}_3C_2\cdot{}_1C_1$
3	1	1	${}_5C_3\cdot{}_2C_1\cdot{}_1C_1$
1	3	1	${}_5C_3\cdot{}_2C_1\cdot{}_1C_1$
1	1	3	${}_5C_3\cdot{}_2C_1\cdot{}_1C_1$

よって，その確率は

$$\frac{3\times{}_5C_2\cdot{}_3C_2\cdot{}_1C_1+3\times{}_5C_3\cdot{}_2C_1\cdot{}_1C_1}{3^5}=\frac{{}_5C_2\cdot{}_3C_2+{}_5C_3\cdot{}_2C_1}{3^4}=\frac{50}{81}$$

以上より，あいことなる確率は

$$\frac{1}{80}+\frac{50}{80}=\frac{51}{80}$$