§1　波の性質

185　正弦波の移動

(2)

周期$T=2$秒だから，時刻2秒の波形は時刻0の波形，すなわち右上図の波形と同じ。

したがって，時刻3秒における波形は，右上図の波形の1秒$\left(=\dfrac{T}{2}\right)$後の波形となる。

よって，右上図の波形を$\dfrac{\lambda}{2}=8\,\mathrm{cm}$だけ平行移動すればよい。

186　単振動から正弦波の式を作る方法

$x=0$における変位がxに伝わるのに要する時間は$\dfrac{x}{v}$だから，

$y(x,t)$と$y\left(0,t-\dfrac{x}{v}\right)$が一致する。

よって，

$$
\begin{aligned}
y(x,t)&=y\left(0,t-\frac{x}{v}\right)\\
&=A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{v}\right)
\end{aligned}
$$

また，

$$
\begin{aligned}
y(x,t)&=A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{v}\right)\\
&=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{Tv}\right)\\
&=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{T\cdot\frac{\lambda}{T}}\right)\\
&=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)
\end{aligned}
$$

197　正弦波が固定端で反射したときの反射波の式

壁に関して P と対称な点を P' とすると， P' の x 座標 $= l + (l - x_1) = 2l - x_1$

よって，固定端反射波の x_1 における変位は，

$y = A\sin\left\{\dfrac{2\pi}{T}\left(t - \dfrac{x}{v}\right) + \pi\right\}$ の P' における変位と一致する。

ゆえに，

$$y = A\sin\left\{\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{2l - x_1}{v}\right) + \pi\right\} = -A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{x_1 - 2l}{v}\right)$$

198　波の位相速度と群速度

位相速度 phase velocity：正弦波の速さ

正弦波 $y = A\sin\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{\lambda}x\right)$ は， $\dfrac{2\pi}{\lambda} = k\ (\mathrm{rad/m})$ とおくと， $y = A\sin(\omega t - kx)$ と表せる。

この正弦波の位相を θ とおくと， $\theta = \omega t - kx$

ここで，位相 θ を任意にとり，これを θ_i とすると， $\theta_i = \omega t - kx$ より， $x = \dfrac{1}{k}(\omega t - \theta_i)$

両辺を t で微分することにより，位相が θ_i の位置 x の進む速さ $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{\omega}{k}$ が得られる。

これは，位相が一定ならば，位相 θ の値によらず，

その位相と対応する位置 x の進む速さは $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{\omega}{k}$ で一定であることを意味する。

つまり，山の位相と対応する位置 x であっても谷の位相と対応する位置 x であっても

位置 x が移動する速さは $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{\omega}{k}$ で一定であるということを意味し，

もっと簡単に言えば，山の x であろうと谷の x であろうと

x の速さは $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{\omega}{k}$ であるという意味である。

要するに， $\dfrac{\omega}{k}$ とは， $\dfrac{\omega}{k} = \dfrac{\omega}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \dfrac{\omega\lambda}{2\pi} = \dfrac{2\pi f\lambda}{2\pi} = f\lambda$ より，

すでに学習済みの正弦波が伝わる速さのことである。

この $\dfrac{\omega}{k}$ を位相速度（phase velocity）という。

まとめると，位相速度 $v_{\mathrm{p}} = \dfrac{\omega}{k} = f\omega$

群速度 group velocity：波のグループ（波束）の速さ

異なる 2 つの正弦波を

$y_1 = A\sin(\omega_1 t - k_1 x)$　・・・①

$y_2 = A\sin(\omega_2 t - k_2 x)$　・・・②

とすると，

これら 2 つの波の合成波の式は

$$y_1 + y_2 = 2A\cos\left\{\frac{(\omega_1-\omega_2)t-(k_1-k_2)x}{2}\right\}\sin\left\{\frac{(\omega_1+\omega_2)t-(k_1+k_2)x}{2}\right\} \quad ・・・③$$

ここで，

$\cos\left\{\frac{(\omega_1-\omega_2)t-(k_1-k_2)x}{2}\right\}$ と $\sin\left\{\frac{(\omega_1+\omega_2)t-(k_1+k_2)x}{2}\right\}$ を比較すると，

$|\omega_1-\omega_2| < \omega_1+\omega_2$，$|k_1-k_2| < k_1+k_2$ より，

周期は $\frac{4\pi}{|\omega_1-\omega_2|} > \frac{4\pi}{\omega_1+\omega_2}$，波長は $\frac{4\pi}{|k_1-k_2|} > \frac{4\pi}{k_1+k_2}$ となり，

周期も波長も

$\cos\left\{\frac{(\omega_1-\omega_2)t-(k_1-k_2)x}{2}\right\}$ の方が $\sin\left\{\frac{(\omega_1+\omega_2)t-(k_1+k_2)x}{2}\right\}$ より長いことがわかる。

つまり，前者の方が後者より穏やかな波動であることがわかる。

そこで，$2A\cos\left\{\frac{(\omega_1-\omega_2)t-(k_1-k_2)x}{2}\right\}$　・・・④　とし，

これを仮に振幅波と呼ぶことにする。

視覚的に理解するため，①～④をグラフにして表したのが次ページの図である。

合成波は波の一群（波束）が繰り返された波形をしており，

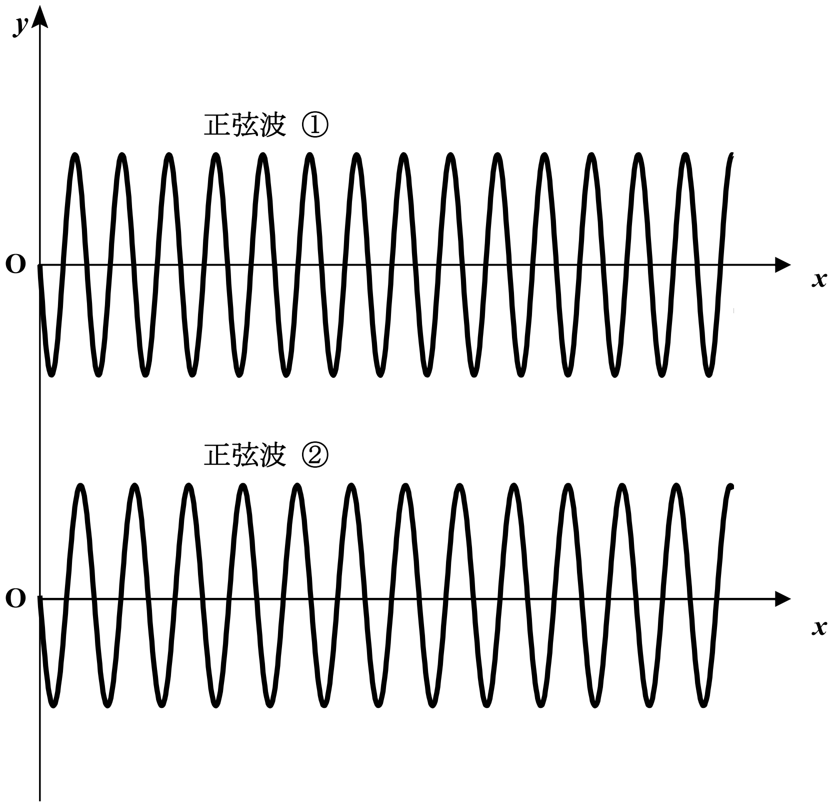
振幅波はその包絡線になっている。

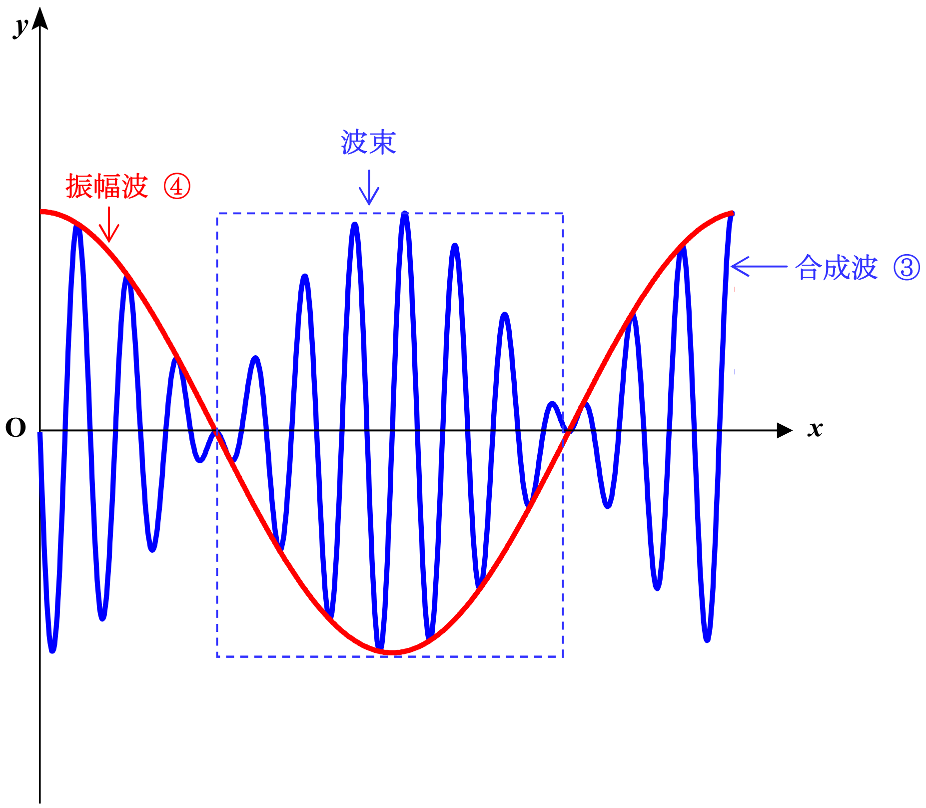
この振幅波（波束）の移動する速さを群速度 group velocity という。

$y_1 + y_2 = 2A\cos\left\{\frac{(\omega_1-\omega_2)t-(k_1-k_2)x}{2}\right\}\sin\left\{\frac{(\omega_1+\omega_2)t-(k_1+k_2)x}{2}\right\}$ の群速度は，

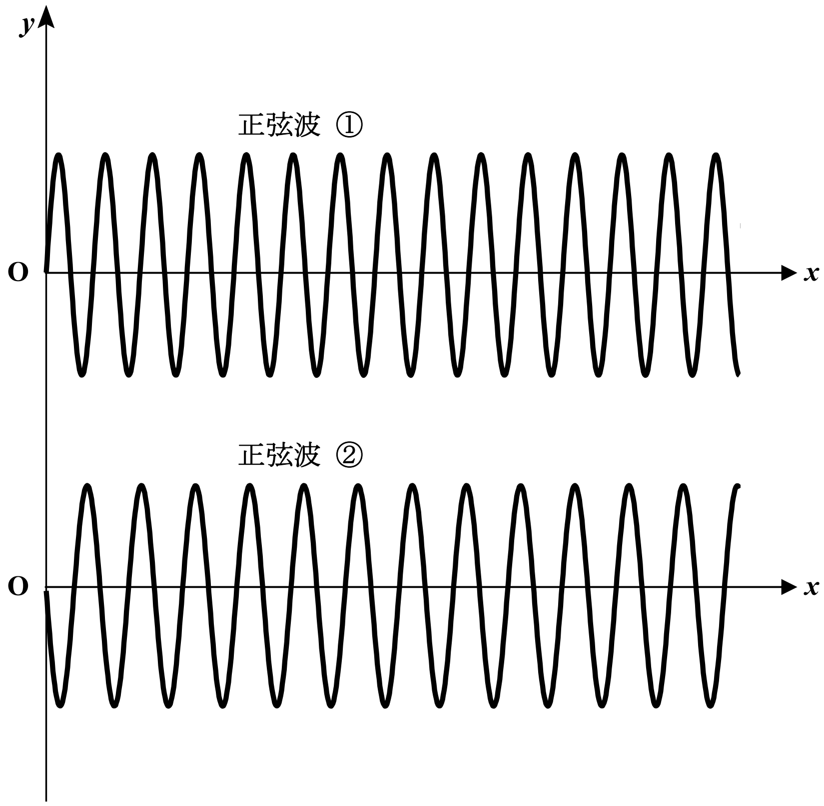
$\cos\left\{\frac{(\omega_1-\omega_2)t-(k_1-k_2)x}{2}\right\}$ の項より，$v_{\mathrm{g}} = \left|\frac{\omega_1-\omega_2}{k_1-k_2}\right|$ である。

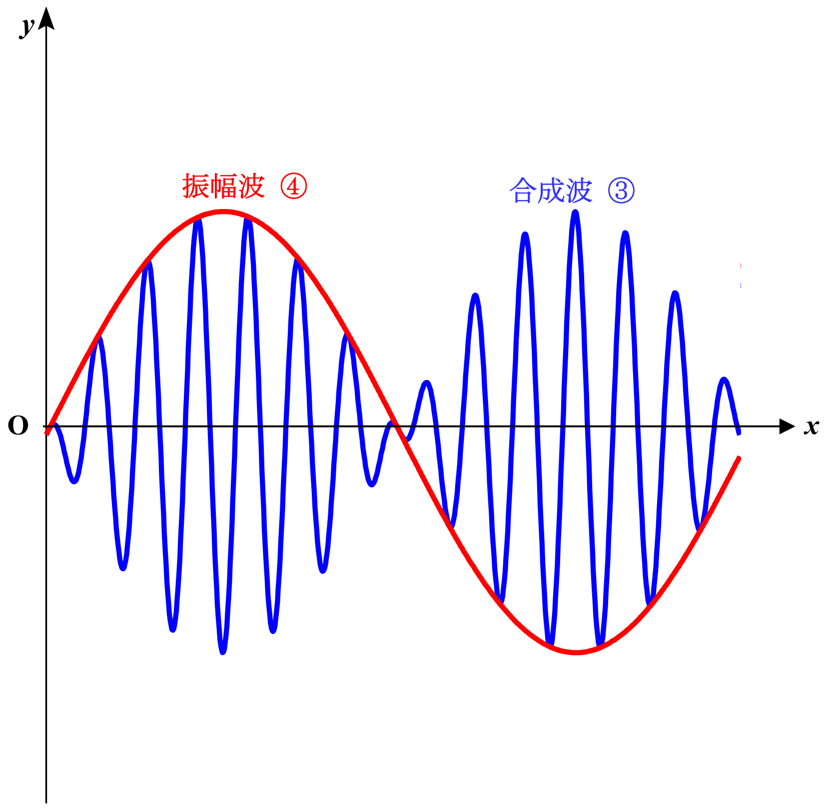
$t = 0$ のとき

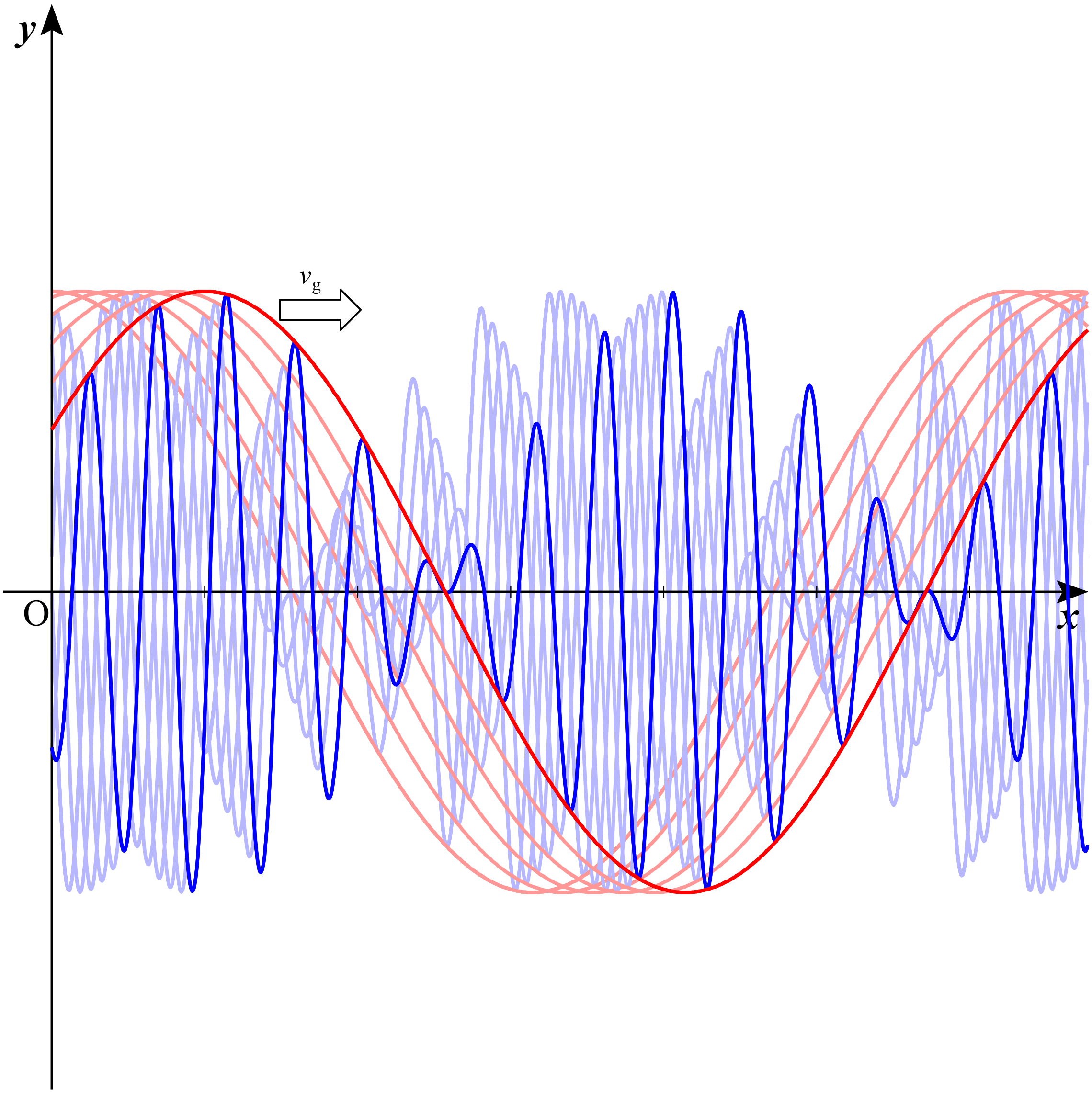




$t = t_1$（$t_1 > 0$）のとき






y
v_g
O
x