# §2　音波

## 201　音さと弦の振動によるうなり

### 弦の波が伝わる速さ

弦の変位が伝わる速さ，すなわち弦の波の速さを$v$ [m/s]とすると，

$v=\sqrt{\dfrac{S}{\rho}}$　　$\rho$：線密度，$S$：張力

実験条件より，$\rho$と$S$は一定だから，$v$は一定である。

### **AB 間の距離が 40[cm]，すなわち 0.40[m]のときの弦の振動数**

弦の振動数を$f_1$，波長を$\lambda_1$とすると，

基本振動より，$\lambda_1=2\times 0.40=0.80$ [m]

これと$v=f_1\lambda_1$より，$f_1=\dfrac{v}{0.80}$

よって，弦の振動による音波の振動数も$f_1=\dfrac{v}{0.80}$　・・・①

### **AB 間の距離が 41[cm]，すなわち 0.41[m]のときの弦の振動数**

弦の振動数を$f_2$，波長を$\lambda_2$とすると，

基本振動より，$\lambda_2=2\times 0.41=0.82$ [m]

これと$v=f_2\lambda_2$より，$f_2=\dfrac{v}{0.82}$

よって，弦の振動による音波の振動数も$f_2=\dfrac{v}{0.82}$　・・・②

### うなりの振動数

音さの振動数を$f_0$とすると，音さによる音波の振動数も$f_0$だから，

うなりの振動数は，$|f_1-f_0|=3$，$|f_2-f_0|=2$

$f_1>f_2$であることと，$f_1$から$f_2$に振動数が減少する過程で，

うなりの振動数が 3 から減少し，再び増加し 2 になったことから，

振動数の関係は，$f_2<f_0<f_1$である。

よって，

$f_1-f_0=3$，$-f_2+f_0=2$

①，②より，

$\dfrac{v}{0.80}-f_0=3\quad\therefore v=0.80f_0+2.4$　・・・③

$-\dfrac{v}{0.82}+f_0=2\quad\therefore v=0.82f_0-1.64$　・・・④

③，④より，

$0.82f_0-1.64=0.80f_0+2.4\quad\therefore f_0=202$ [Hz]

## 203　気柱の共鳴と開口端補正

**(2)**

気柱（管内の気体）の固有振動数と音さの振動数が一致したとき共鳴が起こる。

気柱の波長を$\lambda$とすると，$\lambda = l_2 - l_1$より，

気柱の固有振動数$= \dfrac{331+0.6t}{\lambda} = \dfrac{331+0.6t}{2(l_2 - l_1)}$

よって，音さの振動数$f = \dfrac{331+0.6t}{2(l_2 - l_1)}$

補足

気柱の固有振動数は,

菅の構造（閉管・開管），音速（気体が変位を伝える速さ），気柱の長さで決まる。

**(4)**

室温が$\Delta t$ $(\Delta t > 0)$高くなったときの気柱の固有振動数を$\dfrac{331+0.6(t+\Delta t)}{\lambda'}$とする。

音さの振動数は(1)より$f = \dfrac{331+0.6t}{\lambda}$だから,

共鳴が起こるとき，$\dfrac{331+0.6(t+\Delta t)}{\lambda'} = \dfrac{331+0.6t}{\lambda}$

$\therefore \dfrac{\lambda'}{\lambda} = \dfrac{331+0.6(t+\Delta t)}{331+0.6t} > 1$

$\therefore \lambda' > \lambda$

$\lambda'$のときの共鳴点の位置を$l_1', l_2'$とすると，$\lambda' = \Delta x + l_1' = l_2' - l_1'$，$\lambda = \Delta x + l_1 = l_2 - l_1$

よって，共鳴点は，管口から遠ざかる。

## 204　気柱の共鳴による音速の温度変化率の測定

**(3)**

実験Ⅲについて,

実験Ⅲの音速（気体が変位を伝える速さ）を$v'$とすると，$v' = v - 15\alpha$

「気柱の共鳴点の位置は実験Ⅰの場合と同じになった」より，気柱の波長は$\lambda_A$

よって，このときの気柱の固有振動数は，$\dfrac{v-15\alpha}{\lambda_A}$　・・・①

一方，音さBの振動数は，実験Ⅱの気柱の固有振動数より，$\dfrac{v}{\lambda_B}$　・・・②

共鳴が起こるとき，①と②の振動数が一致するから，$\dfrac{v-15\alpha}{\lambda_A} = \dfrac{v}{\lambda_B}$

$\therefore \alpha = \dfrac{v}{15}\left(1 - \dfrac{\lambda_A}{\lambda_B}\right)$

## 205　音のエネルギーの求め方

（イ）単振動の知識が必要

運動エネルギーと位置エネルギーの和を力学的エネルギーという。

力学的波動は媒質の単振動の変位が伝わる現象であり，

空気を構成する気体を均質化したものを空気分子とし，

空気分子の運動が運動エネルギーと単振動の位置エネルギーのみにより，

すべての空気分子が同じ条件のもとで単振動しているとすると，

個々の空気分子の力学的エネルギーは等しいとみなしてよいから，

その総和，すなわち空気の波のエネルギーは保存される。

よって，質量$\Delta m$の空気の微小部分の波のエネルギーは

質量$\Delta m$のおもりの振幅$A$，角振動数$\omega$の単振動のエネルギーと見なせる。

おもりのつり合いの位置からの変位を$x$，速度を$v$，加速度を$a$，初期位相を0とすると，

$$x = A\sin\omega t\ ,\quad v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos\omega t\ ,\quad a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\sin\omega t = -\omega^2\cdot A\sin\omega t = -\omega^2 x$$

これと単振動の運動方程式$\Delta ma = -Kx$より，

$$\Delta m\cdot\left(-\omega^2 x\right) = -Kx$$

$$\therefore K = \Delta m\omega^2$$

よって，単振動の位置エネルギー$U = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}\Delta m\omega^2 x^2$

力学的エネルギー保存則より，位置エネルギーが最大のとき運動エネルギーは0だから，

求める力学的エネルギーは，$\frac{1}{2}\Delta m\omega^2 A^2$

あるいは，

単振動の運動エネルギー$K = \frac{1}{2}\Delta mv^2 = \frac{1}{2}\Delta m\left(A\omega\cos\omega t\right)^2 = \frac{1}{2}\Delta m\omega^2 A^2\cos^2\omega t$

力学的エネルギー保存則より，運動エネルギーが最大のとき位置エネルギーは0だから，

求める力学的エネルギーは，$\frac{1}{2}\Delta m\omega^2 A^2$

（ロ）

密度とは単位体積あたりの質量のことであるから，$\rho = \Delta m$

よって，$\frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2$

（ハ）

単位面積に単位時間に入射する空気の質量は$\rho V$だから，

そのエネルギーは，$\frac{1}{2}\rho V\omega^2 A^2$

## 206　ドップラー効果の公式の求め方

（ロ）

$t$ 秒間に観測者を通過した波長 $\lambda$ の波の全長 $= Vt - ut$ より，

$t$ 秒間に観測者を通過した波数 $= \dfrac{Vt - ut}{\lambda}$

よって，$ft = \dfrac{Vt - ut}{\lambda}$　$\therefore f = \dfrac{V - u}{\lambda}$

物理小ネタ「ドップラー効果」参照

## 207　壁による反射とうなり

物理小ネタ「ドップラー効果の公式の簡単な覚え方」参照

## 211　反射板が動くときの反射波の波長

反射板から見た波の速さは $V - w$ だから，$t$ 秒間に反射した波の全長は $(V - w)\cdot t$

つまり，反射面には，距離 $(V - w)\cdot t$（イ）の間に存在した $n$ 個の波が到達する。

反射板からみた反射波の速さは $V + w$ だから，

$t$ 秒間に反射面から出た波の全長は $(V + w)\cdot t$

つまり，$n$ 個の波が $(V + w)\cdot t$（ロ）の間に存在することになる。

## 214　音さと弦の振動によるうなり

**(1)**

弦の線密度を $\rho$，弦に働く張力を $S$ とすると，弦を伝わる波の速さ $v = \sqrt{\dfrac{S}{\rho}}$

弦の長さを $l$ とすると，基本振動より，波長は $2l$

よって，弦の振動数 $f = \dfrac{1}{2l}\sqrt{\dfrac{S}{\rho}}$　・・・①

重さを 2%増すと張力は 1.02 倍になるから，①より振動数は，$\sqrt{1.02}$ 倍になる。

$\sqrt{1.02} = (1 + 0.02)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \dfrac{1}{2}\cdot 0.02 = 1.01$ より，弦の振動数は約 1.01 倍になる。

ゆえに，弦の振動数は約 1%増加する。

## 215　クントの実験

クントの実験の映像：http://rikanet2.jst.go.jp/contents/cp0490/contents/pysi.html

金属棒 AB を C から B に向かってしごくと金属棒が伸びては元に戻ることを繰り返すので，
金属棒に縦波が発生する。C を固定するのは金属棒のたわみの影響を避けるためである。
コルク円板は金属棒の縦波を受け振動し，ガラス管内の空気は円板の振動を受け振動する。
底板 D の位置を調節することでガラス管の空気（気柱）の固有振動数を変化させ，
コルク円板の振動数と等しくすると，ガラス管内に空気の定常波が発生する。
すると粉末は，その種類により，腹あるいは節に集まる。たとえば，発泡スチロール腹に，
リコポディウム（石松子，ヒカゲノカズラの胞子）は節に集まる。

**217**　音源が静止し，観測者が動くときのドップラー効果を到達時刻の差から求める方法

**(2)**

$$t_2 = t + \frac{l + ut_2}{V} \Leftrightarrow Vt_2 = Vt + l + ut_2 \Leftrightarrow (V-u)\cdot t_2 = Vt + l \Leftrightarrow t_2 = \frac{Vt+l}{V-u} \Leftrightarrow t_2 = t + \frac{ut+l}{V-u}$$

**235**　音源，観測者ともに動くときのドップラー効果を到達時刻の差から求める方法

**(2)**

$$t_2 = t + \frac{(l-vt)+ut_2}{V} \Leftrightarrow Vt_2 = Vt + l - vt + ut_2 \Leftrightarrow t_2 = \frac{Vt - vt + l}{V-u} \Leftrightarrow t_2 = t + \frac{ut - vt + l}{V-u}$$

**220**　円運動・単振動する音源のドップラー効果

**(1)**

$t=0$ に B が聞く音を物体 A が出してから点 P に着くまでの時間と

その音が B に着くまでの時間が等しいから，この時間を $t$ とすると，$\mathrm{AP}=vt$，$\mathrm{AB}=Vt$

**(3)**単振動の知識が必要

$\mathrm{BP}=3h$，$x=3h\sin\omega t$ より $\mathrm{AP}=|3h\sin\omega t|$

よって，$\cos\alpha = \dfrac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{|3h\sin\omega t|}{\sqrt{(3h)^2+(3h\sin\omega t)^2}} = \dfrac{|\sin\omega t|}{\sqrt{1+\sin^2\omega t}}$

また，$|v_x| = \left|\dfrac{dx}{dt}\right| = |3h\omega\cos\omega t| = 3h\omega|\cos\omega t|$ より，$|v_x|\cos\alpha = \dfrac{3h\omega|\sin\omega t\cos\omega t|}{\sqrt{1+\sin^2\omega t}}$

(ⅰ)

$x>0, v_x>0$ または $x<0, v_x<0$，

すなわち $2n\pi < \omega t < 2n\pi + \dfrac{\pi}{2}$ または $2n\pi + \pi < \omega t < 2n\pi + \dfrac{3}{2}\pi$ のとき

$$\begin{aligned} f &= \frac{V}{V+|v_x|\cos\alpha} f_0 \\ &= \frac{V}{V+\dfrac{3h\omega|\sin\omega t\cos\omega t|}{\sqrt{1+\sin^2\omega t}}} f_0 \\ &= \frac{V}{V+\dfrac{3h\omega\sin\omega t\cos\omega t}{\sqrt{1+\sin^2\omega t}}} f_0 \end{aligned}$$

(ⅱ)

$x>0, v_x<0$ または $x<0, v_x>0$，

すなわち$2n\pi+\dfrac{\pi}{2}<\omega t<2n\pi+\pi$ または$2n\pi+\dfrac{3}{2}\pi<\omega t<2(n+1)\cdot\pi$ のとき

$$
\begin{aligned}
f&=\frac{V}{V-|v_x|\cos\alpha}f_0\\
&=\frac{V}{V-\dfrac{3h\omega|\sin\omega t\cos\omega t|}{\sqrt{1+\sin^2\omega t}}}f_0\\
&=\frac{V}{V-\dfrac{3h\omega(-\sin\omega t\cos\omega t)}{\sqrt{1+\sin^2\omega t}}}f_0\\
&=\frac{V}{V+\dfrac{3h\omega\sin\omega t\cos\omega t}{\sqrt{1+\sin^2\omega t}}}f_0
\end{aligned}
$$

（ｉ），（ⅱ）より，$f=\dfrac{V}{V+\dfrac{3h\omega\sin\omega t\cos\omega t}{\sqrt{1+\sin^2\omega t}}}f_0$

例

$x>0, v_x>0$ のとき